

Procesamiento Analógico de Señales

Departamento de Electrónica y Automática
Facultad de Ingeniería

Diseño de Filtros en Cascada

Andrés Lage

Angel Veca

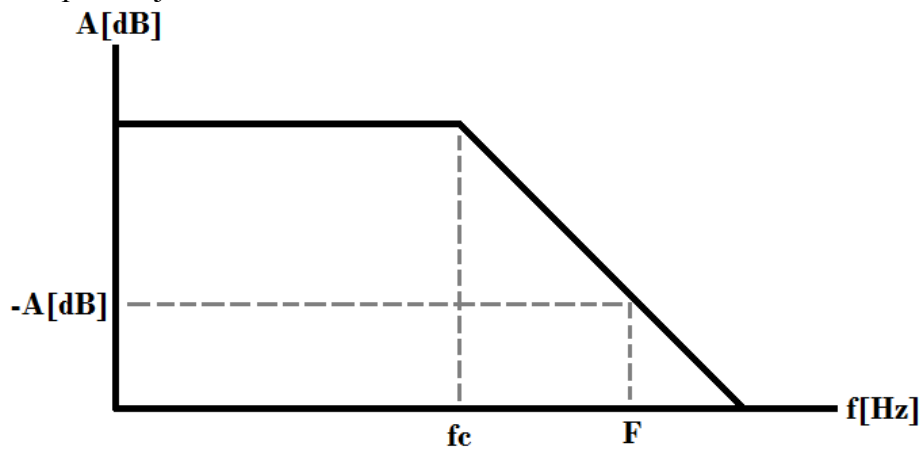
Mario Ruiz

Edición 2014



Filtro Pasa Bajo en Cascada

- Se debe construir el diagrama de bode con las especificaciones pedidas para el filtro pasa bajo.

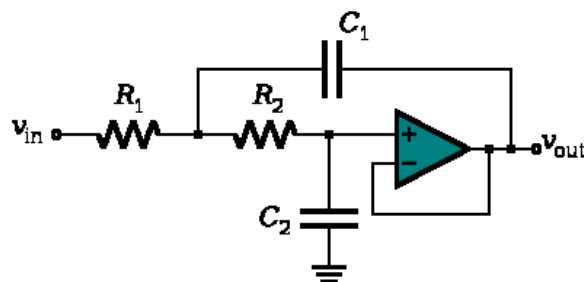


- Se calcula el orden del filtro respecto a las especificaciones.

$$p_{min} = \frac{A[dB]}{\log \frac{F}{f_c}}; [n] = \frac{p_{min}}{-20dB}$$

- Se encuentran los polos de un filtro pasa bajo normalizado del tipo deseado. (Butterworth, Chebyshev, Bessel).
- Se calcula el $w_{oPBn} = \sqrt{Sr^2 + Si^2}$ de cada polo (excepto para Butterworth que $w_o = 1$).
- Se calcula el $Q = \frac{-w_{oPBn}}{2Sr}$ para cada par de polos complejos conjugados.
- Se calcula $w_{cPb} = w_{oPBn} * f_c * 2\pi$
- Se implementa el circuito en una configuración Salen-Key pasa bajo (filtro de orden 2). Por lo tanto se colocan en cascada tantos filtros como hagan falta ($[n^{\circ}etapas Salen - Key] = n/2$). Si n es impar se deberá agregar otro filtro de orden 1 para completar el circuito (esto indica que hay un polo real).

Circuito Salen- Key



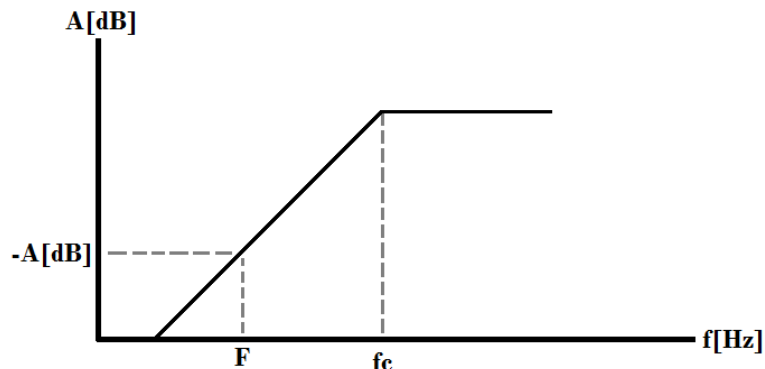
Si hacemos $R_1 = R_2 = R$

$$C_1 = \frac{2 * Q}{W_{oPB} * R}$$

$$C_2 = \frac{1}{2 * Q * W_{oPB} * R}$$

Filtros Pasa Alto en Cascada

- Se debe construir el diagrama de bode con las especificaciones pedidas para el filtro pasa alto.

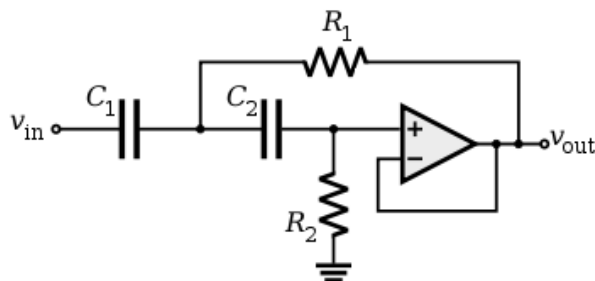


- Se calcula el orden del filtro respecto a las especificaciones.

$$p_{min} = \frac{A[dB]}{\log \frac{f_c}{F}}; [n] = \frac{p_{min}}{-20dB}$$

- Se encuentran los polos de un filtro pasa bajo normalizado del tipo deseado. (Butterworth, Chebyshev, Bessel).
- Se calcula el $w_{oPbN} = \sqrt{Sr^2 + Si^2}$ de cada polo (excepto para Butterworth que $w_o = 1$).
- Se calcula el $Q = \frac{-w_{oPbN}}{2Sr}$ para cada par de polos complejos conjugados. A Q no hay que realizar transformación.
- Se calcula $w_{oPAN} = 1/w_{oPbN}$.
- Se calcula $w_{cPA} = w_{oPAN} * f_c * 2\pi$
- Se implementa el circuito en una configuración Salen-Key pasa alto (filtro de orden 2). Por lo tanto se colocan en cascada tantos filtros como hagan falta ($[n^{\circ}etapas Salen - Key] = n/2$). Si n es impar se deberá agregar otro filtro de orden 1 para completar el circuito (esto indica que hay un polo real).

Circuito Salen- Key



Si hacemos $C_1 = C_2 = C$

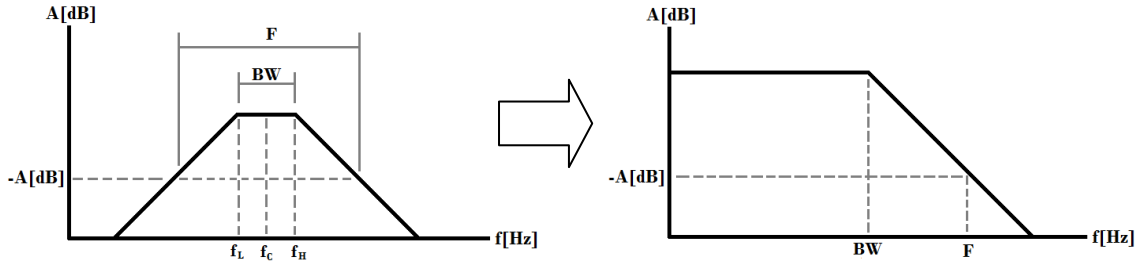
$$R_1 = \frac{1}{2 * Q * W_{oPA} * C}$$

$$R_2 = \frac{2 * Q}{W_{oPA} * C}$$

Filtros Pasa Banda en Cascada

Se considera filtro pasa banda de banda angosta cuando $w_H < 2w_L$

- Se debe construir el diagrama de bode con las especificaciones pedidas para el filtro pasa banda. Y se transforma al equivalente pasa bajo.



- A partir de la transformación pasa bajo se obtiene el orden del filtro.

$$p_{min} = \frac{-A[dB]}{\log \frac{F}{BW}} ; [n] = \frac{p_{min}}{-20dB} \quad n \text{ siempre debe ser par, ya que cada}$$

par de polos representa dos etapas pasa banda.

- Se encuentran los polos de un filtro pasa bajo normalizado del tipo deseado. (Butterworth, Chebyshev, Bessel).

- Se calcula $f_c = \sqrt{f_L * f_H}$

- Se calculan el Q del filtro. $Q_{BP} = \frac{f_c}{BW}$

- Para cada par de polos del filtro prototipo pasa bajo normalizado se calcula

$$m = \frac{|Sr|}{Q_{BP}} \quad j = \frac{|Si|}{Q_{BP}} \quad n = m^2 + j^2 + 4$$

- Luego se calcula.

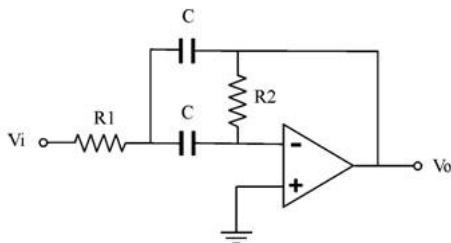
$$Q_i = \sqrt{\frac{n + \sqrt{n^2 - 16m^2}}{8m^2}} \quad W_i = Q_i m + \sqrt{Q_i^2 m^2 - 1}$$

- Cada par de polos tendrá asociado dos frecuencias de corte

$$W_{oi} = \frac{f_c}{W_i} * 2\pi \quad W_{oi+1} = f_c * W_i * 2\pi$$

- $Q_1 = Q_2 = Q_i$ Esto quiere decir que habrá 2 etapas con el mismo Q. Estas etapas corresponde a los polos complejos Conjugados.

Circuito filtro Pasa Banda



$$R_1 = \frac{1}{2 * Q * W_{oi} * C}$$

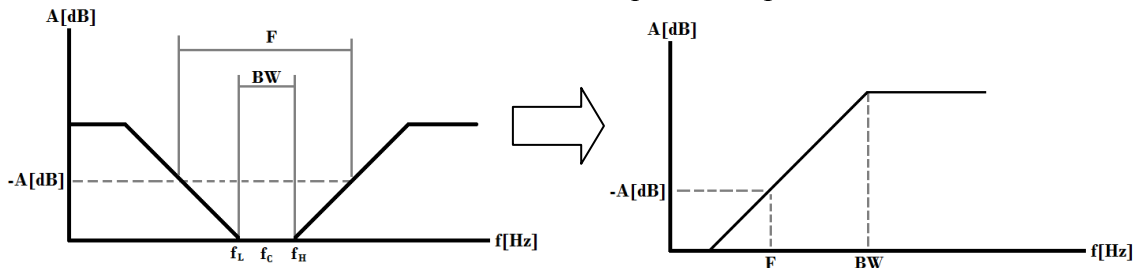
$$R_2 = \frac{2 * Q}{W_{oi} * C}$$

$$|H| = Q \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$$

Filtros Rechaza Banda en Cascada

Se considera filtro rechaza banda de banda angosta cuando $w_H < 6w_L$

- Se debe construir el diagrama de bode con las especificaciones pedidas para el filtro rechaza banda. Y se transforma al equivalente pasa alto.



A partir de la transformación pasa alto se obtiene el orden del filtro.

$$p_{min} = \frac{A[dB]}{\log \frac{BW}{F}}; [n] = \frac{p_{min}}{20dB} \quad n \text{ puede ser impar}$$

- Se encuentran los polos de un filtro pasa bajo normalizado del tipo deseado. (Butterworth, Chebyshev, Bessel,).
- Se calcula $f_c = \sqrt{f_L * f_H}$ del filtro y $w_o = \sqrt{Sr^2 + Si^2}$ para cada par de polos complejos conjugados.

- Se calculan el Q del filtro. $Q_{BS} = \frac{f_c}{BW}$

- Para cada par de polos del filtro prototipo pasa bajo normalizado se calcula

$$A = \frac{|sr|}{w_o * Q_{BS}} \quad B = \frac{|si|}{w_o * Q_{BS}} \quad f = B^2 - A^2 + 4$$

- Luego se calcula.

$$g = \sqrt{\frac{f + \sqrt{f^2 - 4A^2 * B^2}}{2}} \quad h = \frac{A * B}{g} \quad W = 0.5 \sqrt{(A + h)^2 + (B + g)^2}$$

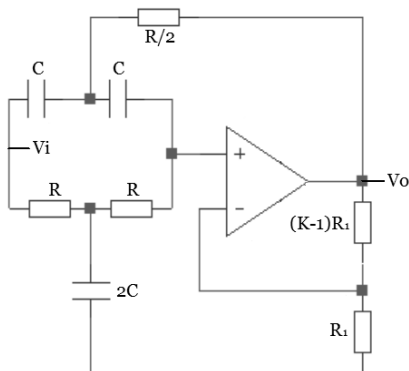
- Cada par de polos tendrá asociado dos frecuencias de corte

$$W_{oi} = \frac{f_c}{W} * 2\pi \quad W_{oi+1} = f_c * W * 2\pi \quad Q_i = \frac{W}{A+h}$$

$Q_1 = Q_2 = Q_i$ Esto quiere decir que habrá 2 etapas con el mismo Q. Estas etapas corresponden a los polos complejos Conjugados.

Para **n impar** $Q_i = Sr * Q_{BS}$ $W_{oi} = f_c * 2\pi$

Circuito filtro Rechaza Banda



$$R = \frac{1}{W_{oi} * C}$$

$$k = 2 - \frac{1}{2Q_i}$$

Filtros Pasa Alto en Cascada

Diseñar un filtro pasa alto de Bessel de 5^{to} orden activo con $f_0=100\text{Hz}$ y Ganancia en banda de paso 2.

De tabla obtenemos los polos

$$S_{1-2} = -0.85155361936884 \pm j0.44271746394433$$

$$S_{3-4} = -0.59057594461192 \pm j0.90720675645745$$

$$S_5 = -0.92644207738776$$

Calculo de $W_{0PBN} = \sqrt{Sr^2 + Si^2}$

$$W_{0PBN1} = 0.9597615$$

$$W_{0PBN2} = 1.0825$$

$$W_{0PBN3} = 0.92644$$

Para el primer par de polos

$$W_{0PAN1} = 1/W_{0PBN1} = 1.042$$

$$W_{0PA1} = W_{0PAN1} * 2\pi * f_c = 654,7 \text{ rad/seg}$$

$$Q_1 = W_{0PBN1}/-2 * Sr_{1-2} = 0.9597615/-2 * 0.85155361936884 = \mathbf{0.563}$$

Por lo tanto obtenemos los componentes del circuito Salen- Key para el primer par de polos.

$$C=100\text{nF}$$

$$R_1 = \frac{1}{2 * Q_1 * W_{0PA1} * C} = 13,56\text{K}\Omega$$

$$R_2 = \frac{2 * Q_1}{W_{0PA1} * C} = 17,2\text{K}\Omega$$

Para el segundo par de polos

$$W_{0PAN2} = 1/W_{0PBN2} = 0.9238$$

$$W_{0PA2} = W_{0PAN2} * 2\pi * f_c = 580,44 \text{ rad/seg}$$

$$Q_2 = W_{0PBN2}/2 * Sr_{3-4} = 1.0825/2 * 0.59057594461192 = \mathbf{0.916}$$

Por lo tanto obtenemos los componentes del circuito Salen- Key para el segundo par de polos.

$$C=100\text{nF}$$

$$R_3 = \frac{1}{2 * Q_2 * W_{0PA2} * C} = 9,4\text{K}\Omega$$

$$R_4 = \frac{2 * Q_2}{W_{0PA2} * C} = 31,56\text{K}\Omega$$

Obtenemos los valores para el polo real.

$$W_{0PAN3} = 1/W_{0PBN3} = 1.08$$

$$W_{0PA3} = W_{0PAN3} * 2\pi * f_c = 678,58 \text{ rad/seg}$$

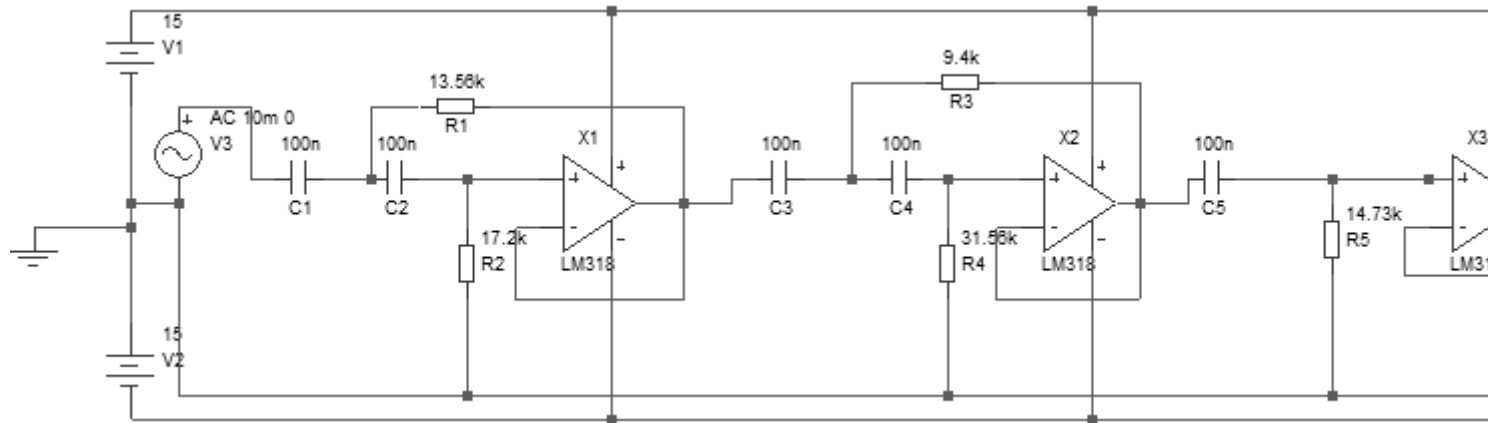
Por lo tanto obtenemos los componentes del circuito para el polo real. $C=100\text{nF}$

$$R_5 = \frac{1}{W_{0PA3} * C} = 14,73\text{K}\Omega$$

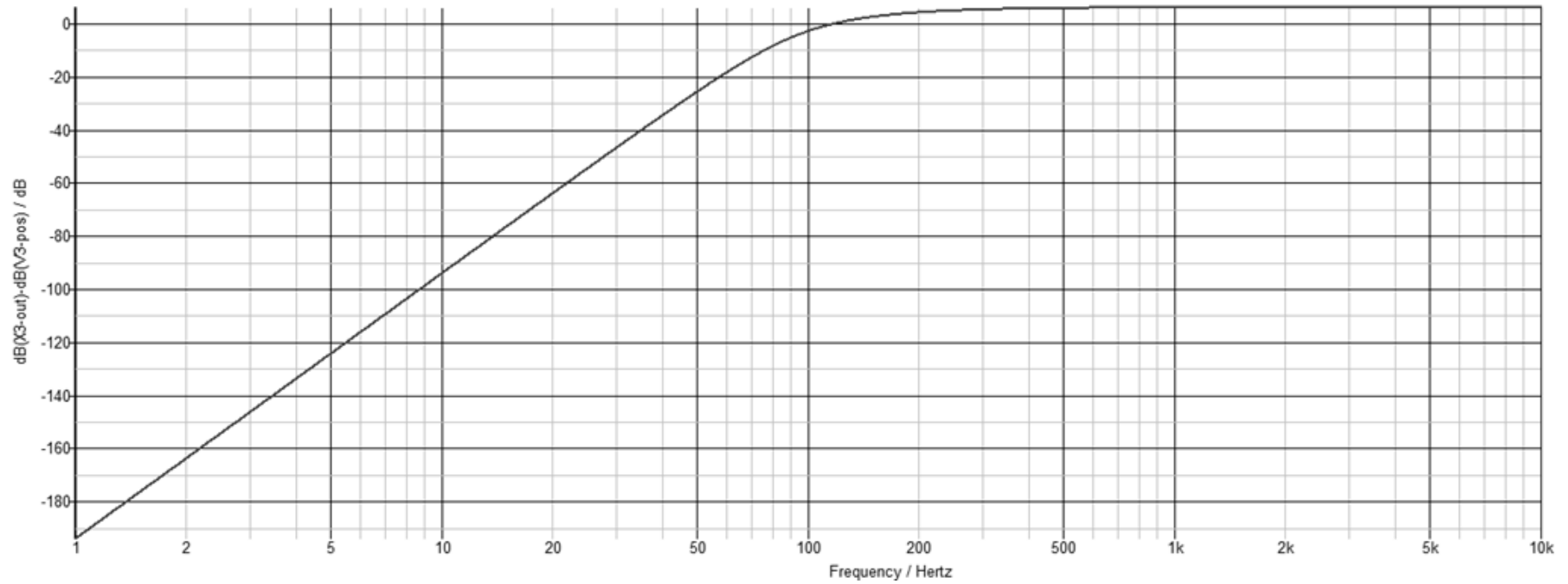
Para obtener la ganancia pedida, utilizamos un filtro pasivo en el filtro de primer orden colocamos una ganancia en el circuito no inversor. Lo que da como resultado

$$R_6=R_7=10\text{K}\Omega$$

Circuito



Respuesta en Frecuencia -3dB a los 160.72 Hertz; Máximo 6.02dB



Filtros Pasa Banda en Cascada

Diseñar un filtro pasa banda, a partir de un filtro prototipo pasa bajo de Butterworth de 4^{to} orden. $W_L=9\text{rad/seg}$ $W_H=11\text{rad/seg}$.

$$\text{Frecuencia central } W_c = \sqrt{W_H * W_L} = 9.95 \text{ rad/seg}$$

$$Q \text{ del filtro } Q_{BP} = 4.97$$

Polos

$$S_{1-2} = -0.9239 \pm j0.3827$$

$$S_{3-4} = -0.3827 \pm j0.9239$$

Para el 1^{er} par de polos.

$$m = \frac{|Sr|}{Q_{BP}} = 0.1858 \quad j = \frac{|Si|}{Q_{BP}} = 0.077 \quad n = m^2 + j^2 + 4 = 4.04$$

$$Q_1 = Q_2 = \sqrt{\frac{n + \sqrt{n^2 - 16m^2}}{8m^2}} = 5.4 \quad W_1 = Q_1 m + \sqrt{Q_1^2 m^2 - 1} = 1.08$$

$$W_{o1} = \frac{W_c}{W_1} = 9.2129 \text{ rad/seg} \quad W_{o2} = W_c * W_1 = 10.74 \text{ rad/seg}$$

Calculo de componentes para el circuito pasa banda.

$$C=10\mu\text{F}$$

$$R_1 = \frac{1}{2 * Q_1 * W_{o1} * C} = 1\text{K}\Omega$$

$$R_2 = \frac{2 * Q_1}{W_{o1} * C} = 117.22\text{K}\Omega$$

$$R_3 = \frac{1}{2 * Q_2 * W_{o2} * C} = 862\Omega$$

$$R_4 = \frac{2 * Q_2}{W_{o2} * C} = 100\text{K}\Omega$$

Para el 2^{do} par de polos.

$$m = \frac{|Sr|}{Q_{BP}} = 0.0077 \quad j = \frac{|Si|}{Q_{BP}} = 0.1858 \quad n = m^2 + j^2 + 4 = 4.04$$

$$Q_3 = Q_4 = \sqrt{\frac{n + \sqrt{n^2 - 16m^2}}{8m^2}} = 13.04 \quad W_2 = Q_1 m + \sqrt{Q_1^2 m^2 - 1} = 1.09$$

$$W_{o3} = \frac{W_c}{W_2} = 9.12 \text{ rad/seg} \quad W_{o4} = W_c * W_2 = 10.84 \text{ rad/seg}$$

Calculo de componentes para el circuito pasa banda

$$C=10\mu\text{F}$$

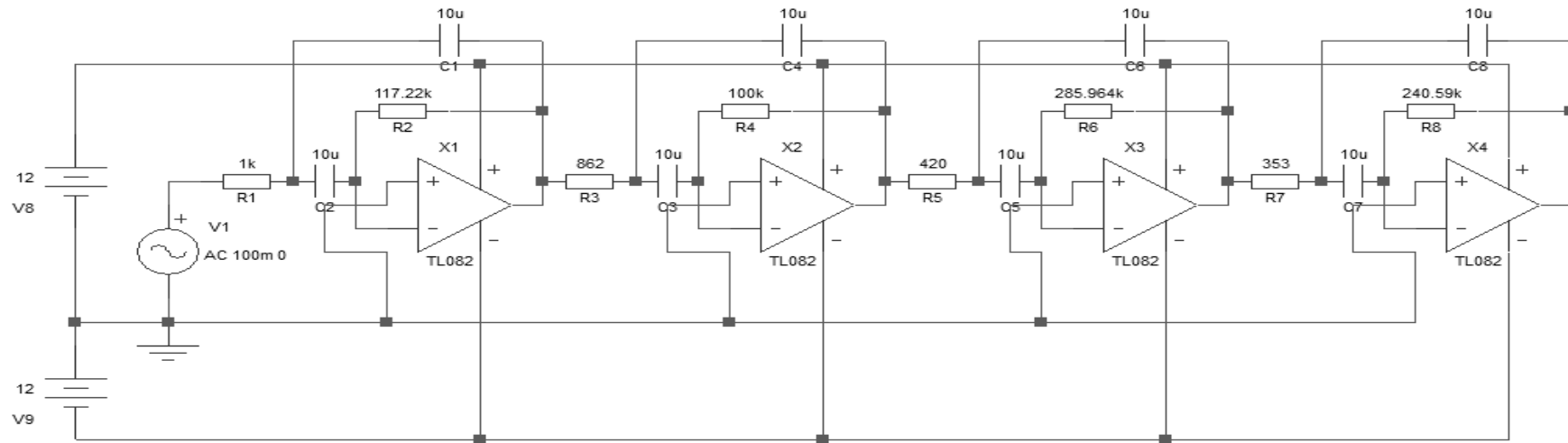
$$R_5 = \frac{1}{2 * Q_3 * W_{o3} * C} = 420\Omega$$

$$R_6 = \frac{2 * Q_3}{W_{o3} * C} = 285.964\text{K}\Omega$$

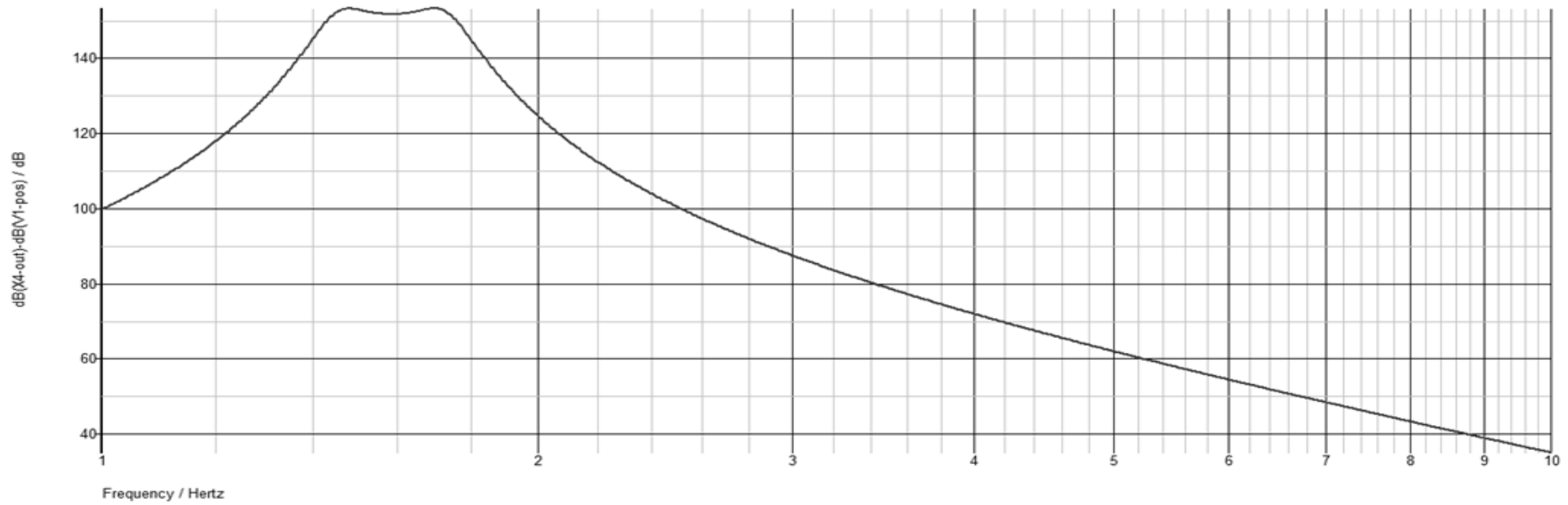
$$R_7 = \frac{1}{2 * Q_4 * W_{o4} * C} = 353\Omega$$

$$R_8 = \frac{2 * Q_4}{W_{o4} * C} = 240.59\text{K}\Omega$$

Circuito



Respuesta en Frecuencia



Filtros Rechaza Banda en Cascada

Diseñar un filtro rechaza banda con $f_L=45\text{Hz}$ y $f_H=55\text{Hz}$ para remover los 50Hz de la línea.

$$W=10\text{Hz}$$

$$f_c = \sqrt{f_H f_L} = 49.74\text{Hz}$$

$$Q \text{ del filtro } Q_{BS} = \frac{f_c}{W} \cong 5$$

Polos

$$S_{1-2} = -0.9239 \pm j0.3827$$

$$S_{3-4} = -0.3827 \pm j0.9239$$

Para el 1^{er} par de polos.

$$A = \frac{|S_r|}{W_o Q_{BP}} = 0.18478 \quad B = \frac{|S_r|}{W_o Q_{BP}} = 0.07654 \quad f = B^2 - A^2 + 4 = 3.97$$

$$g = \sqrt{\frac{f + \sqrt{f^2 - 4A^2 * B^2}}{2}} = 1.992 \quad h = \frac{A * B}{g} = 0.00709$$

$$W_1 = 0.5 \sqrt{(A + h)^2 + (B + g)^2} = 1.038 \quad Q_{1-2} = \frac{W_1}{A+h} = 5.41$$

$$W_{o1} = \frac{W_c}{W_1} = 301.08 \text{ rad/seg} \quad W_{o2} = W_c * W_1 = 324.4 \text{ rad/seg}$$

Calculo de componentes para el circuito rechaza banda

$$C=100\text{nF}$$

$$R_1 = \frac{1}{W_{o1} * C} = 33.213\text{K}\Omega \quad R_2 = \frac{1}{W_{o2} * C} = 30.826\text{K}\Omega \quad k_{1-2} = 2 - \frac{1}{2Q_1} = 1.907$$

Para la ganancia del circuito $R_5=10\text{K}\Omega$ y $R_6=(k_1-1)R_5=9.07\text{K}\Omega$

Para el 2^{do} par de polos.

$$A = \frac{|S_r|}{W_o Q_{BP}} = 0.07654 \quad B = \frac{|S_r|}{W_o Q_{BP}} = 0.18478 \quad f = B^2 - A^2 + 4 = 4.028$$

$$g = \sqrt{\frac{f + \sqrt{f^2 - 4A^2 * B^2}}{2}} = 2 \quad h = \frac{A * B}{g} = 0.00707$$

$$W_2 = 0.5 \sqrt{(A + h)^2 + (B + g)^2} = 1.09 \quad Q_{3-4} = \frac{W_1}{A+h} = 13.03$$

$$W_{o1} = \frac{W_c}{W_1} = 286.72 \text{ rad/seg} \quad W_{o2} = W_c * W_1 = 340.65 \text{ rad/seg}$$

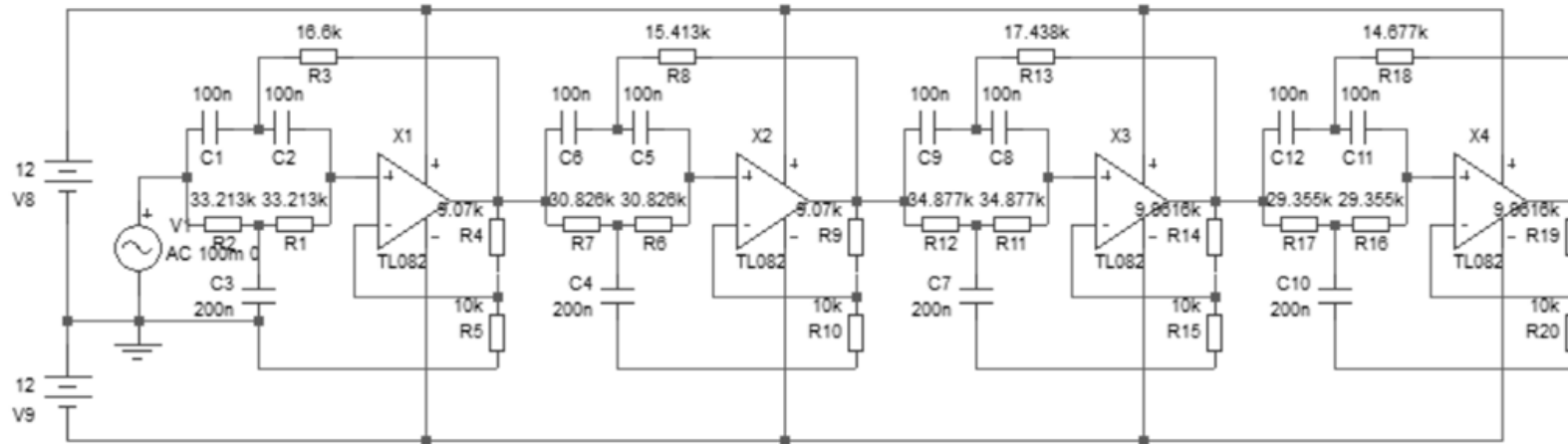
Calculo de componentes para el circuito rechaza banda

$$C=100\text{nF}$$

$$R_3 = \frac{1}{W_{o1} * C} = 34.887\text{K}\Omega \quad R_4 = \frac{1}{W_{o2} * C} = 29.355\text{K}\Omega \quad k_{3-4} = 2 - \frac{1}{2Q_1} = 1.961$$

Para la ganancia del circuito $R_7=10\text{K}\Omega$ y $R_8=(k_3-1)R_7=9.96\text{K}\Omega$

Circuito



Respuesta en Frecuencia

