

Sistemas de Comunicaciones Digitales

Guía Practica N° 3: Modulación y Demodulación Pasabanda

Problemas

1. Encuéntrese el número esperado de errores de bits producidos en un día por el siguiente receptor BPSK coherente operando en forma continua. La tasa de datos es de 5000 bits/seg. La señal de entrada digital es $s_1(t) = A \cos w_0 t$ y $s_2(t) = -A \cos w_0 t$ donde $A = 1 \text{ mV}$ y la densidad espectral de potencia simple lado del ruido es $N_0 = 10^{-11} \text{ W/Hz}$. Considérese la potencia de la señal y la energía por bit está normalizada con respecto a una carga resistiva de 1 ohm.
2. Un sistema BPSK coherente operando en forma continua produce errores a una tasa promedio de 100 errores por día. La tasa de datos es 1000 bits/seg. La densidad espectral de potencia simple lado del ruido es $N_0 = 10^{-10} \text{ W/Hz}$.
 - (a) Si el sistema es ergódico, cuál es la probabilidad de error de bit promedio?
 - (b) Si el valor de la potencia promedio de la señal recibida se ajusta para que sea 10^{-6} W , ¿Será suficiente potencia recibida para mantener la probabilidad de error encontrada en la parte (a)?
3. Si el criterio principal de desempeño de un sistema es la probabilidad de error de bit, cuál de los dos siguientes esquemas de modulación se debe seleccionar para un canal AWGN? Mostrar los cálculos.
Señal binaria FSK ortogonal no coherente con $E_b / N_0 = 13 \text{ dB}$
Señal binaria PSK coherente con $E_b / N_0 = 8 \text{ dB}$
4. La siguiente corriente de bits 1 0 1 0 1 0 1 1 1 0 1 0 1 0 1 0 0 0 0 1 1 1 1, se transmite usando modulación DPSK. Encuéntrese las cuatro diferentes secuencias de codificación diferencial que pueden representar la secuencia dada y explíquese el algoritmo que genera a cada una.
5. (a) Calcular el ancho de banda mínimo requerido para un sistema de detección no coherente FSK binario ortogonal. El tono de señalización de alta frecuencia es de 1 MHz y la duración del símbolo es de 1 ms.
(b) Cuál es el ancho de banda mínimo requerido por un sistema MFSK no coherente considerando la misma duración de símbolo.
6. Considérese un sistema BPSK con igual probabilidad de las formas de onda $s_1(t) = \cos w_0 t$ y $s_2(t) = -\cos w_0 t$. Considérese en el receptor una relación $E_b / N_0 = 9.6 \text{ dB}$, con una probabilidad de error de bit de 10^{-5} , cuando la sincronización es perfecta. Considérese que la recuperación de portadora mediante un PLL sufre un error fijo ϕ asociado con la fase estimada, de forma tal que la señal de referencia se expresa como $\cos (w_0 t + \phi)$ y $-\cos (w_0 t + \phi)$. Nótese que el efecto de degradación en el desempeño de error de una desviación del valor de referencia (bias) fijo, puede calcularse usando la relación presentada. No obstante, si el error de fase consistiera en un jitter aleatorio, calcular su efecto podría requerir un tratamiento estadístico.
 - (a) Que tanto se degrada la probabilidad de error de bit cuando $\phi = 25^\circ$?
 - (b) Qué valor de error de fase provocará una probabilidad de error de bit de 10^{-3} ?
7. Encuéntrese la probabilidad de error de bit, P_B , para una detección coherente con filtro adaptado de señales FSK binarias equiprobables.
 $s_1(t) = 0.5 \cos 2000 \pi$ y $s_2(t) = 0.5 \cos 2020 \pi$
donde la densidad espectral de potencia doble lado AWGN es $N_0 / 2 = 0.0001$. Considerar que la duración

del símbolo es $T = 0.01 \text{ seg.}$

8. Encuéntrese el umbral óptimo (mínima probabilidad de error) γ_0 para la detección de señales con igualdad

de probabilidad $s_1(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos \omega_0 t$ y $s_2(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(\omega_0 t + \pi)$ con ruido AWGN, usando un receptor

de correlación Adóptese como referencia $\Psi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos \omega_0 t$

9. Un sistema que usa en la detección un filtro adaptado para señales BPSK equiprobables

$s_1(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos \omega_0 t$ y $s_2(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(\omega_0 t + \pi)$ sobre un canal con AWGN con una E_b / N_0 recibida de

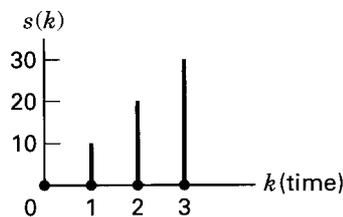
6.8 dB. Considérese que $E\{z(t)\} = \pm\sqrt{E}$

(a) Encuéntrese la mínima probabilidad de error de bit P_B , para el conjunto de señales y E_b / N_0 .

(b) Si el umbral de decisión $\gamma = 0,1\sqrt{E}$, encuéntrese P_B

(c) Si el umbral de decisión $\gamma = 0,1\sqrt{E}$ es óptimo para un conjunto particular con probabilidades a priori $P(s_1)$ y $P(s_2)$, encuéntrense los valores de estas probabilidades.

10. (a) Descríbase la respuesta al impulso de un filtro adaptado para detectar la señal discreta de la figura. Con esta señal en la entrada del filtro, mostrar la salida como función del tiempo. No considerar los efectos del ruido. ¿Cuál es valor máximo de salida?



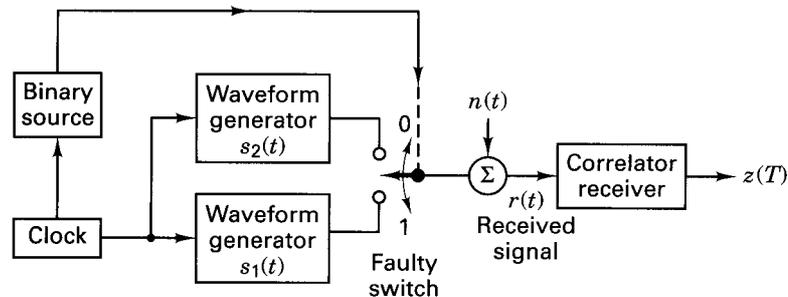
(b) En un filtro adaptado (MF), una señal se convoluciona con la función de la señal invertida en el tiempo (respuesta al impulso de MF). La convolución invierte nuevamente la señal en el tiempo, por lo tanto el MF obtiene la correlación de la señal y su copia (aunque la operación hecha por el MF sea la de convolución). Implementando un MF, suponga que conecta accidentalmente el circuito de forma tal de obtener la correlación de la señal y su copia invertida en el eje tiempo, entonces la salida será la señal convolucionada consigo misma.. Muéstrase la salida como función del tiempo. ¿Cuál es el máximo valor de salida? Notar que el máximo valor de salida para el punto (a) ocurre en un tiempo diferente comparado con el de la parte (b).

(c) Examinando los valores de salida del filtro defectuoso de la parte (b), compárese con los valores correctos de la parte (a), ¿Puede encontrarse una pista que pueda ayudar a predecir cuando determinada secuencia parece ser la salida de un filtro adaptado y cuándo no lo es?

(d) Si a la señal se le agrega ruido, compare la relación S/N para el correlador contra la del convolucionador. Incluso si la entrada consiste en ruido solamente, compare la salida del correlador versus la del convolucionador.

11. Una fuente binaria con símbolos equiprobables controla la posición de una llave en la operación de transmisión sobre un canal AWGN, como se muestra en la figura. El ruido tiene una densidad espectral de potencia doble lado $N_0 / 2$. Considérense señales antípodas de duración T segundos y energía E joules. El

reloj del sistema produce pulsos cada T segundos y la fuente binaria tiene una tasa de $1/T$ bits/seg. En operación normal la llave está hacia arriba cuando la fuente produce un cero binario y está hacia abajo cuando la fuente produce unos binarios. No obstante el switch está defectuoso. Con probabilidad p puede activarse erróneamente durante un intervalo de T segundos. La presencia de errores del switch durante cualquier intervalo es independiente de la existencia de errores de la llave en cualquier otro tiempo. Considere $E\{z(T)\} = \pm\sqrt{E}$



- Grafique las funciones de probabilidad condicional de $p(z/s_1)$ y $p(z/s_2)$.
- El receptor correlador observa $r(t)$ en el intervalo $(0, T)$, grafique el diagrama de bloques de un receptor óptimo para minimizar la probabilidad de error de bit, sabiendo que la llave es defectuosa con una probabilidad p .
- Con cuál de los siguientes sistemas preferiría trabajar?

$$p = 0.1 \quad y \quad E_b / N_0 = \infty \quad \text{ó} \quad p = 0 \quad y \quad E_b / N_0 = 7 \text{ dB}$$

- Considérese un sistema PSK 16-ario con probabilidad de error de símbolo $P_E = 10^{-5}$. Se usa código Gray para la asignación de los símbolos. Cuál es la probabilidad de error de bit?
 - Repetir la parte (a) para un sistema FSK ortogonal 16-ario.

13. Considérese un sistema MFSK ortogonal coherente con $M = 8$ con igualdad de probabilidad para las señales $s_i(t) = A \cos 2\pi f_i t$, $i = 1, 2, \dots, M$, $0 \leq t \leq T$, donde $T = 0.2 \text{ msec}$. La amplitud recibida $A = 1 \text{ mV}$, y la densidad espectral de potencia doble lado AWGN es $N_0 / 2 = 10^{-11} \text{ W/Hz}$. Calcule la probabilidad de error de bit P_B .

14. Una probabilidad de error de bit $P_B = 10^{-3}$ se requiere para un sistema con una tasa de datos de 100 kbits/seg para ser transmitidos sobre un canal ruidoso AWGN, usando señales modulación MPSK detectada coherentemente. El ancho de banda del sistema es de 50 kHz. Considérese que la función de transferencia del sistema es un coseno realzado con característica de roll-off $r = 1$ y que el código Gray se usa para la asignación del símbolo.

- Cuál relación requerida de E_s / N_0 para el valor especificado de P_B .
- Cuál relación requerida de E_b / N_0 ?

15. Un sistema MPSK diferencialmente coherente opera en un canal ruidoso AWGN, con E_b / N_0 de 10 dB. ¿Cuál es la probabilidad de error de símbolo para $M = 8$ y para símbolos equiprobables?

16. Si el criterio principal de desempeño de un sistema es la probabilidad de error de bit, ¿Cuál de los dos siguientes esquemas de modulación deben seleccionarse para la transmisión sobre un canal ruidoso AWGN?

$$\begin{aligned}
 &\text{Sistema FSK ortogonal coherente 8-ario con } E_b / N_0 = 8 \text{ dB} \quad \text{ó} \\
 &\text{Sistema PSK coherente 8-ario con } E_b / N_0 = 13 \text{ dB}
 \end{aligned}$$

NOTA: Considérese el uso de código Gray para la asignación de símbolos MPSK, y muéstrense los cálculos).

17. Considérese que el demodulador/detector BPSK tiene un error de sincronización consistente en una desviación temporal (bias) de pT , donde p es una fracción del período del símbolo T . Es decir, la detección de un símbolo comienza antes y concluye antes (o comienza después y termina después) en un valor de pT . Considerese igualdad de probabilidad de señalización y sincronización de fase y frecuencia perfectas. Nótese que el efecto de degradación de error para una desviación (bias) conocida puede calcularse usando la expresión presentada en la teoría. No obstante, si el error de fase consistiera en un jitter aleatorio, calcular su efecto podría requerir un tratamiento estadístico.

- (a) Encuentre la expresión general para la probabilidad de error de bit P_B como función de p .
- (b) Si en el receptor tenemos $E_b / N_0 = 9.6$ dB y $p = 0.2$, calcúlese el valor P_B debido a la desviación temporal (bias).
- (c) Si no existiera la compensación por la desviación temporal (bias) ¿Qué cantidad extra de E_b / N_0 en dB se debe suministrar para restablecer el valor de P_B al estado cuando $p = 0$?

18. Repítase el problema 17 usando todas las especificaciones establecidas para el caso de detección coherente, con modulación BFSK.

19. Considérese el demodulador/detector BPSK con error de sincronización consistente en una desviación temporal (bias) pT , donde p es una fracción del período del símbolo T ($0 \leq p \leq 1$). Considérese que existe un error de fase estimada constante φ . Considérese también, señalización equiprobable y una sincronización de frecuencia perfecta.

- (a) Encuéntrese la expresión general para la probabilidad de error de bit P_B en función de p y φ .
- (b) Si en el receptor tenemos $E_b / N_0 = 9.6$ dB, $p = 0.2$, $\varphi = 25^\circ$, calcúlese el valor de la degradación de P_B debido a los efectos de la desviación temporal y de fase (bias).
- (c) Si en este ejemplo no existiera la compensación por las desviaciones (biases), ¿Qué cantidad adicional de E_b / N_0 en dB se debe suministrar para restablecer el valor de P_B al estado cuando $p = 0$ y $\varphi = 0^\circ$?

20. Una técnica de sincronización usada frecuentemente es correlacionar con una secuencia Barker conocida, dado que una secuencia Barker da un pico de correlación máximo cuando se sincroniza adecuadamente y una correlación pequeña cuando no existe sincronización. Usando la secuencia Barker corta: 1 0 1 1 1, donde el bit extremo de la izquierda es el más temprano bit, diseñese un filtro adaptado muestreado que esté adaptado a esta secuencia. Verifíquese su utilidad para la sincronización dibujando la salida y la entrada en función del tiempo, cuando la entrada es la secuencia 1 0 1 1 1.