

FASES DEL PROCESO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Varios autores han tratado de identificar y describir las distintas fases en el proceso de resolución de problemas.

Polya (1945), en su modelo descriptivo, establece las necesidades para aprender a resolver problemas. Para este autor el principal fin es el de ayudar a que el alumno adquiera la mayor experiencia en la tarea de resolución de problemas, por lo que el profesor será el guía que en todo momento dejará al alumno asumir la parte de responsabilidad que le corresponde.

Este autor, considerado para muchos el padre de la heurística matemática, estableció cuatro fases en la resolución de problemas:

1. Comprender el problema: *¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?*
2. Concebir un plan: *¿Se ha encontrado con un problema semejante?, ¿Conoce un problema relacionado con este?, ¿Podría enunciar el problema de otra forma?, ¿Ha empleado todos los datos?*
3. Ejecutar el plan: *¿Son correctos los pasos dados?*
4. Examinar la solución obtenida: *¿Puede verificar el resultado?, ¿Puede verificar el razonamiento?*

Las fases anteriores caracterizan, según Polya, al resolutor ideal. Cada fase se acompaña de una serie de preguntas cuya intención clara es actuar como guía para la acción. En la figura siguiente se pretende ilustrar el proceso de resolución de problemas de Polya basado en las cuatro fases descritas anteriormente:

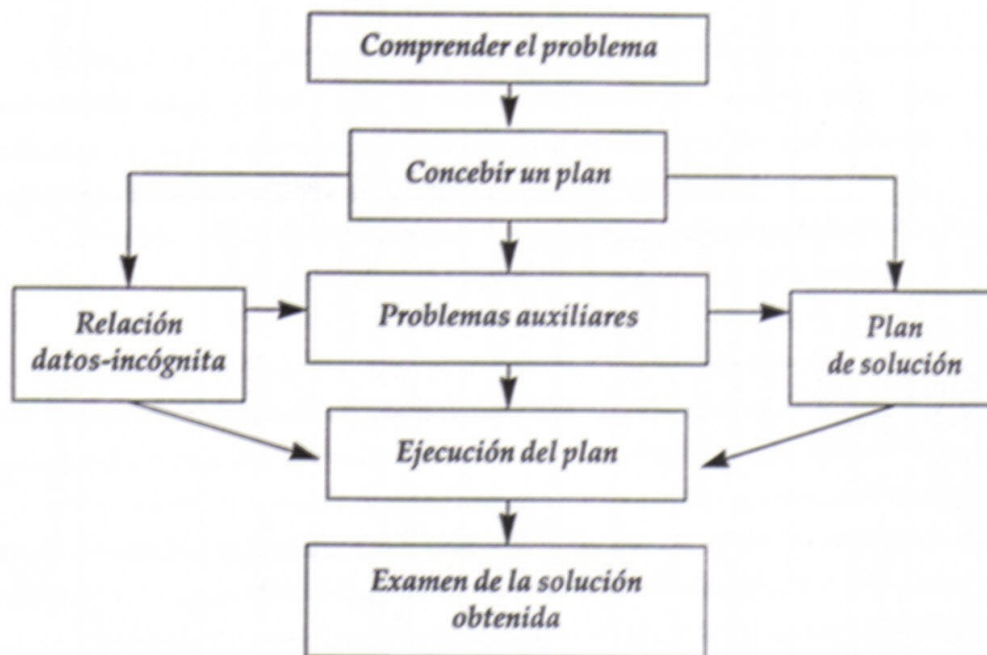


Figura 4.1: Estrategia de Polya para la resolución de problemas

La conveniencia de encontrar una determinada estrategia, aparte de Polya, es abordada por gran cantidad de autores. Shoenfeld (1985), en búsqueda de explicaciones para la conducta de los resolutores reales de problemas, considera insuficientes las estrategias planteadas por Polya para la resolución de problemas y sostiene que el proceso es más complejo e involucra más elementos (como se viene comentando en apartados anteriores) de carácter emocional-afectivo, psicológico, sociocultural, entre otros. Establece por lo tanto la existencia de cuatro aspectos que intervienen y se debe tener en cuenta, en la resolución de problemas y que sirvan para el análisis de la complejidad del comportamiento en la resolución de problemas:

- Recursos cognitivos: entendidos como conocimientos previos, o bien, el dominio del conocimiento.
- Heurísticas: estrategias o reglas para progresar en situaciones difíciles.
- Control: estrategias metacognitivas, es decir, aquello que permite un uso eficiente de los recursos disponibles.

- Sistema de creencias: conjunto de ideas o percepciones que los estudiantes poseen a cerca de la matemática y su enseñanza.

Cada uno de estos componentes explica las carencias, y por lo tanto, el poco éxito en la resolución de problemas de los resolutores reales. Así, cuando a pesar de conocer las heurísticas no se sabe cuál utilizar o cómo utilizarla se señala la ausencia de un buen *control* de los recursos disponibles. Pero las heurísticas y un buen control no son suficientes, pues puede que el resolutor no conozca un hecho, algoritmo o procedimiento específico del dominio matemático del problema en cuestión. En este caso se señala la carencia de *recursos cognitivos* como explicación al intento fallido en la resolución.

Por otro lado, puede que todo lo anterior esté presente en la mente del resolutor, pero sus creencias de lo que es resolver problemas en matemáticas o de la propia concepción sobre la matemática haga que no progrese en la resolución. La explicación para este fallo, la contempla Schoenfeld en el cuarto elemento del marco teórico, las *creencias*.

Por último están las *heurísticas*. La mayor parte de las veces se carece de ellas. Se dispone de conocimientos específicos del tema o dominio matemático del problema, incluso de un buen control pero falla el conocimiento de reglas para superar las dificultades en la tarea de resolución como podrían ser:

- ✓ Buscar un problema relacionado.
- ✓ Resolver un problema similar más sencillo.
- ✓ Dividir el problema en partes.
- ✓ Considerar un caso particular.
- ✓ Hacer una tabla.
- ✓ Buscar regularidades.
- ✓ Empezar el problema desde atrás.
- ✓ Variar las condiciones del problema.

Shoenfeld señala que, en el proceso de resolución, tan importante como las heurísticas es el control de tal proceso, a través de *decisiones ejecutivas*, es decir, *qué hacer* en un problema. Estas decisiones ejecutivas tienen consecuencias globales para la evolución del proceso de resolución de un problema, determinando la eficiencia de los conocimientos y recursos de todo tipo puestos en servicio para la resolución del problema.

Para abordar el proceso de resolución de problemas, Shoenfeld también indica cuatro pasos:

- Analizar y comprender un problema: dibujar un diagrama, examinar un caso especial, intentar simplificarlo.
- Diseñar y planificar una solución
- Explorar soluciones:
 - considerando una variedad de problemas equivalentes,
 - considerando ligeras modificaciones del problema original, y
 - considerando amplias modificaciones del problema original.
- Verificar la solución.
 1. ¿Verifica la solución los criterios específicos siguientes?:
 - a) ¿Utiliza todos los datos pertinentes?
 - b) ¿Está acorde con predicciones o estimaciones razonables?
 - c) ¿Resiste a ensayos de simetría, análisis dimensional o cambio de escala?
 2. ¿Verifica la solución los criterios generales siguientes?:
 - a) ¿Es posible obtener la misma solución por otro método?
 - b) ¿Puede quedar concretada en caso particulares?
 - c) ¿Es posible reducirla a resultados conocidos?
 - d) ¿Es posible utilizarla para generar algo ya conocido?

Mayer (1986) citado en Casajús (2005) también enumera los procesos a seguir en la resolución de problemas en los siguientes:

- Representación del problema: conversión del problema en una representación mental interna. Comprende dos pasos:
 - a) Traducción: capacidad para traducir cada proposición del problema a una representación mental, expresada en una fórmula matemática.
 - b) Integración de los datos: supone un conocimiento específico de los diversos tipos de problemas, a partir de un esquema adecuado a dicho problema.

- Solución del problema: diseñar un plan de solución, lo que implica:
 - a) Planificación: búsqueda de estrategias para la resolución.
 - b) Ejecución: realización de las operaciones/acciones diseñadas.

Bransford y Stein (1984) citado por Casajús (2005) proponen un método que incluye una fase inicial de identificación y consta de cinco fases:

- Identifica que un problema existe y cuál es.
- Definición y representación del problema.
- Exploración de posibles estrategias.
- Actuación con la estrategia seleccionada.
- Logros, observación y evaluación de los resultados.

Maza (1991) citado por Casajús (2005) reformula el modelo de Polya, y diferencia dos procesos en la fase de *Comprensión*, en *análisis y representación* del problema y extendiendo la fase de *Revisión-Comprobación* de la siguiente forma:

- Análisis del problema, lo que implica analizar-descomponer la información que nos da el enunciado (datos, condiciones, etc)
- Representación del problema, relacionando los elementos del problema.
- Planificación, eligiendo la estrategia más adecuada para su resolución.
- Ejecución, o aplicación de la estrategia elegida, donde es conveniente la revisión constante de tal aplicación, detección de errores, corrección de los pasos, etc...
- Generalización, conectándolo con algún principio general que permita resolver ejercicios similares en el futuro.

Destacar también el trabajo de Miguel de Guzmán que, partiendo de las ideas de Polya y Schoenfeld, ha elaborado un modelo para la ocupación con problemas, donde se incluyen tanto las decisiones ejecutivas y de control como las heurísticas. La finalidad de tal modelo es que la persona examine y remodele sus propios métodos de pensamiento de forma sistemática a fin de eliminar obstáculos y de llegar a establecer hábitos mentales eficaces, es decir, lo que Polya denominó como pensamiento productivo. Este modelo se basa en las siguientes cuatro fases:

- Familiarizarse con el problema: tratar de entender a fondo la situación, jugar con la situación, tratar de determinar el aire del problema, perderle el miedo.
- Búsqueda de estrategias: Empezar por lo fácil, hacerse un esquema, figura o diagrama, escoger un lenguaje adecuado y una notación apropiada, buscar un problema semejante, suponer el problema resuelto, suponer lo contrario.
- Llevar adelante la estrategia: seleccionar y llevar adelante las mejores ideas de la fase anterior, actuar con flexibilidad, no emperrarse con una idea, cambiar de vía si las cosas se complican demasiado.
- Revisar el proceso y sacar consecuencias de él: examinar a fondo el camino seguido, preguntarse cómo se ha llegado a la solución o porqué no se ha llegado, tratar de entender por qué la cosa funciona, mirar si se puede encontrar un camino más simple, mirar hasta donde llega el método, reflexionar sobre el proceso de pensamiento seguido y sacar conclusiones para el futuro.

Por último, en esta misma tradición, los responsables de matemáticas en el estudio PISA (2003-2006) que se detalla en el apartado siguiente y en el cual se basa gran parte de nuestro estudio, también caracterizan cinco fases en la actividad de resolver problemas matemáticos de la vida real, a esta estrategia la denominan *matematización*.

Los cinco aspectos esenciales que caracterizan este proceso de matematización son:

1. En el primer paso, el proceso se inicia con un problema enmarcado en la realidad.
2. En el segundo paso, la persona que desea resolver el problema trata de identificar las matemáticas pertinentes al caso y reorganiza según los conceptos matemáticos que han sido identificados.
3. El tercer paso implica una progresiva abstracción de la realidad.
4. El cuarto paso consiste en resolver el problema matemático.
5. Por último, pero no menos importante, el quinto paso supone resolver a la pregunta: qué significado adquiere la solución estrictamente matemática al transponerla al mundo real.

Estas cinco fases que define el estudio PISA para la resolución de problemas se pueden representar gráficamente de la siguiente forma:

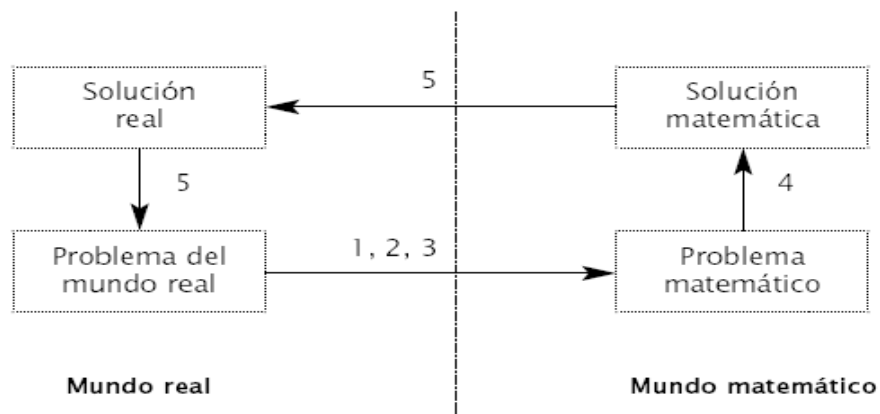


Figura 4.2: Ciclo de la matematización (PISA 2003).

Es la actuación secuenciada por medio de estos procesos lo que caracteriza, según el informe PISA 2003, cómo los matemáticos hacen matemáticas, cómo las personas emplean las matemáticas en una variedad de profesiones y trabajos de manera completa y competente, cómo al abordar la respuesta a cuestiones y problemas abstraen y, por ello, *matematizan* sobre los datos de su contexto de trabajo.

El proceso de hacer matemáticas, que denominan *matematización*, implica en primer lugar traducir los problemas desde el mundo real al matemático. Este primer proceso se conoce como *matematización horizontal* y se sustenta sobre actividades como las siguientes:

- Identificar las matemáticas que pueden ser relevantes respecto al problema.
- Representar el problema de modo diferente.
- Comprender la relación entre los lenguajes natural, simbólico y formal.
- Encontrar regularidades, relaciones y patrones.
- Reconocer isomorfismos con otros problemas ya conocidos.
- Traducir el problema a un modelo matemático.
- Utilizar herramientas y recursos adecuados.

Una vez traducido el problema a una expresión matemática, el proceso puede continuar. El estudiante puede plantear a continuación cuestiones en las que utiliza conceptos y

destrezas matemáticas. Esta parte del proceso se denomina *matematización vertical* que incluye:

- Utilizar diferentes representaciones.
- Usar el lenguaje simbólico, formal y técnico y sus operaciones.
- Refinar y ajustar los modelos matemáticos; combinar e integrar modelos.
- Argumentar.
- Generalizar.