Modelado del Transistor para señal débil

Parámetros híbridos

Electrónica Analógica I. Bioingeniería

Concepto de modelado

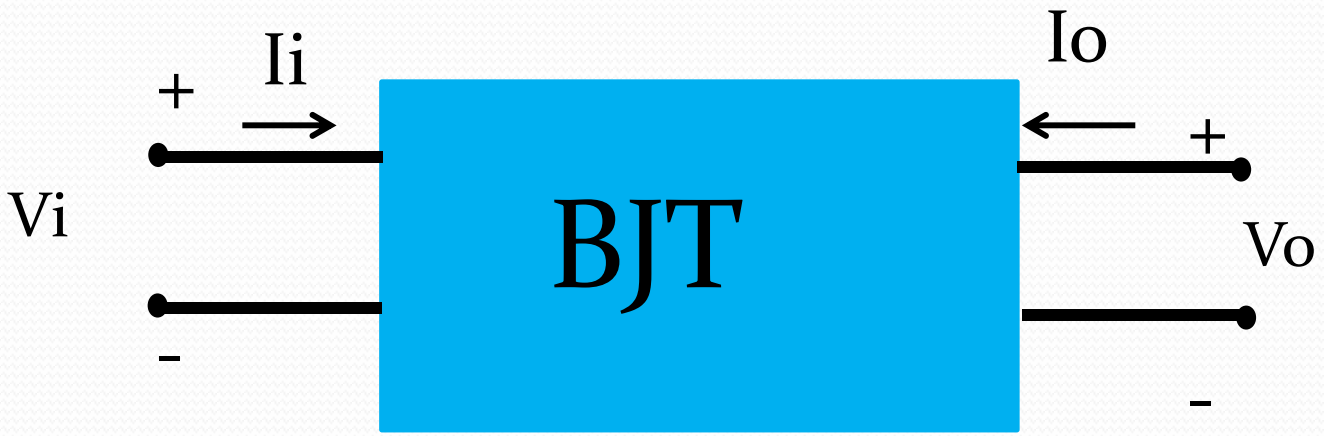
- *Un modelo es la combinación de elementos de circuito, adecuadamente seleccionados, que se aproximan mejor al comportamiento real de un dispositivo semiconductor bajo condiciones de operación específicas.*

Significa: Reemplazar al símbolo del transistor por un circuito eléctrico equivalente que permita aplicar los métodos básicos de análisis de circuitos de ac (análisis de mallas, Thévenin, Norton) para determinar la respuesta del circuito.

Concepto de modelado

- Permite analizar los circuitos amplificadores con transistores en pequeña señal, aplicando las leyes de circuitos.
- Es aplicable siempre en la zona lineal
- La modelación es base a la teoría de cuadripolos.
- Se utiliza para calcular analíticamente Av, AI, Zi y Zo
- La modelación se realiza con los parámetros híbridos
- Los parámetros híbridos son los componentes de un circuito equivalente, de pequeña señal.
- La denominación de híbridos es debe a que debido a que la mezcla de variables (V e I) en cada ecuación, ocasiona un conjunto “híbrido” de unidades de medición para los parámetros-h

Las configuraciones amplificadores utilizan un terminal común entre la entrada y la salida, por lo cual se puede analizar como un cuadripolo



$$V_i = h_{11} I_i + h_{12} V_o$$

$$I_o = h_{21} I_i + h_{22} V_o$$

Si de forma arbitraria se hace $V_o = 0$ (corto circuito en las terminales de salida) y se resuelve para h_{11}

$$h_{11} = \left.\frac{V_i}{I_i}\right|_{V_o=0} \quad \text{ohms}$$

- Esta relación indica que el parámetro h11 es un parámetro de impedancia con unidades en ohms.
- Debido a que se trata del cociente del voltaje de entrada entre la corriente de entrada con las terminales de entrada en corto circuito, se le denomina parámetro de impedancia de entrada en corto circuito.
- El subíndice 11 en *h11* define el hecho de que el parámetro está calculado mediante una relación entre cantidades medidas en las terminales de entrada.

Si I_i se hace cero mediante la apertura de las terminales de entrada, se obtendrá lo siguiente para h_{12}:

$$h_{12} = \left.\frac{V_i}{V_o}\right|_{I_i=0} \quad \text{sin unidad}$$

- El parámetro h_{12} es por tanto, la relación del cociente del voltaje de entrada al voltaje de salida con la corriente de entrada igual a cero.
- No tiene unidades debido a que es un cociente de niveles de voltaje y se le denomina parámetro de la relación de voltaje de transferencia inversa de circuito abierto.
- El subíndice 12 en h_{12} revela que el parámetro es una cantidad de transferencia determinada por una relación de mediciones de entrada a salida.
- El primer dígito del subíndice define la cantidad medida que aparecerá en el numerador; el segundo dígito define la fuente de la cantidad que aparecerá en el denominador.
- El término inversa se incluye porque la relación es un voltaje de entrada sobre un voltaje de salida en lugar de la relación inversa típica de interés.

Si V_o es igual a cero nuevamente mediante el corto circuito de las terminales de salida, se obtendrá el siguiente resultado para h_{21}:

$$h_{21} = \left.\frac{I_o}{I_i}\right|_{V_o=0} \qquad \text{sin unidad}$$

- La relación es una cantidad de salida sobre una cantidad de entrada.
- Se utilizará el término *directo* en lugar de *inverso* como se indicó para *h*12.
- El parámetro *h*21 es la relación de la corriente de salida a la corriente de entrada con las terminales de salida en circuito cerrado.
- Este parámetro, de la misma forma que *h*12 no tiene unidades dado que se trata del cociente de niveles de corriente.
- De manera formal se designa con el término *parámetro de relación de corriente de transferencia directa en corto circuito.*
- El subíndice 21 nuevamente indica que se trata de un parámetro de transferencia con la cantidad de salida en el numerador y la cantidad de entrada en el denominador.

El último parámetro h_{22} se puede calcular al abrir nuevamente las terminales de entrada para hacer $I_1 = 0$ y resolver

$$h_{22} = \left.\frac{I_o}{V_o}\right|_{I_i=0} \quad \text{siemens}$$

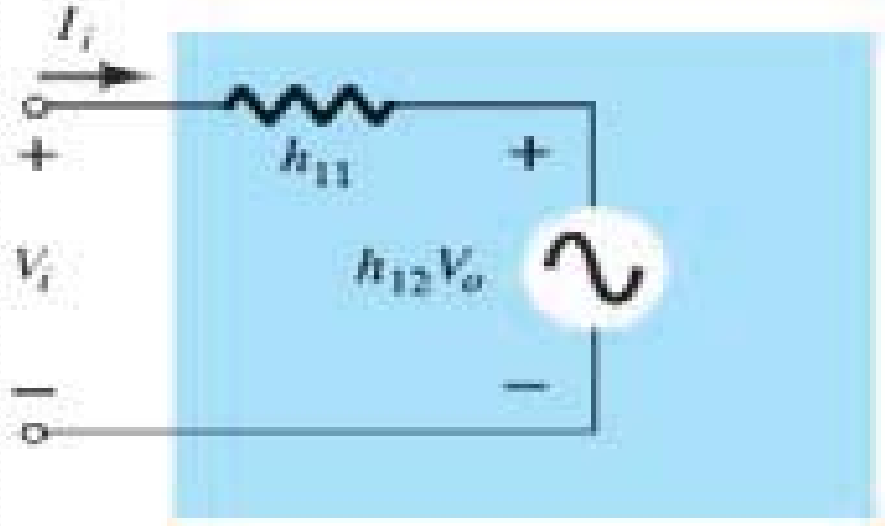
- Debido a que éste es el cociente de la corriente de salida entre el voltaje de salida, se trata del parámetro de conductancia de salida y se mide en siemens (S).
- Se le denomina parámetro de admitancia de salida de circuito abierto.
- El subíndice 22 revela que se encuentra determinado por el cociente de cantidades de salida.

Volviendo a la ecuación:

$$V_i = h_{11}I_i + h_{12}V_o$$

- Debido a que cada término de esta ecuación se encuentra en unidades de volt, es posible aplicar la ley de voltaje de Kirchhoff para encontrar un circuito que "encaje" en la ecuación.

Circuito equivalente híbrido de entrada.

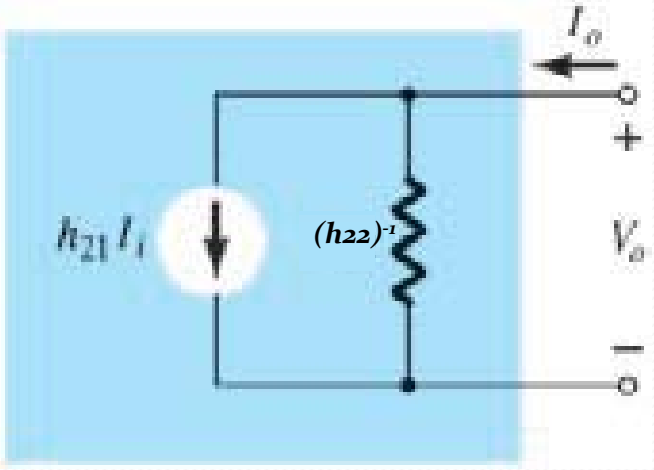


- El parámetro h11 se encuentra en unidades de ohms y se representa en la figura mediante un resistor.
- La cantidad h12 es adimensional y por tanto solamente aparece como un factor multiplicador del término de "retroalimentación" en el circuito de entrada.

Volviendo a la segunda ecuación:

$$I_o = h_{21}I_i + h_{22}V_o$$

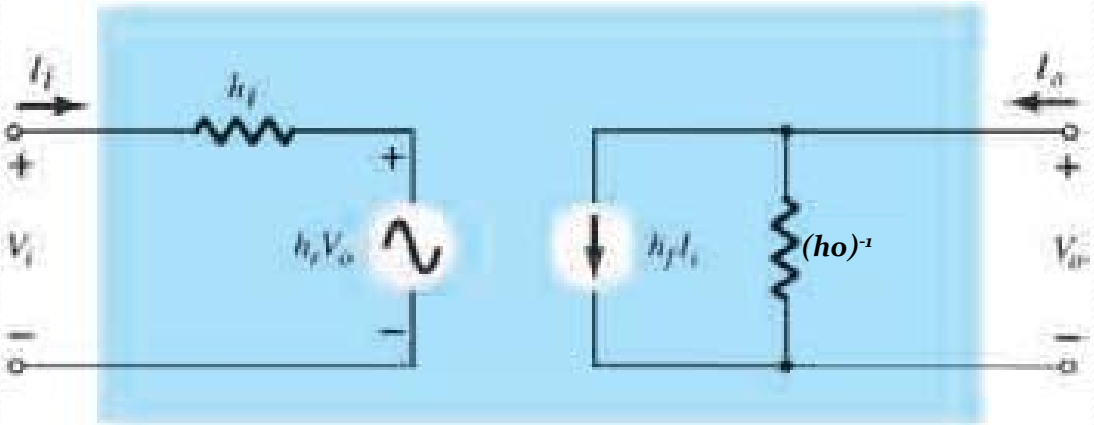
- Debido a que cada término de la ecuación tiene unidades de corriente, es posible aplicar la ley de corriente de Kirchhoff "hacia atrás" para obtener el circuito de la figura



Circuito equivalente híbrido de salida.

- Debido a que h22 maneja unidades de admitancia, las cuales, para el modelo del transistor será la conductancia, se representa por el símbolo del resistor.
- La resistencia en ohms de este resistor será igual al recíproco de la conductancia (1/h22).

El circuito equivalente de “ac” completo para el dispositivo lineal básico de tres terminales se indica en la figura con un nuevo conjunto de subíndices para los parámetros- *h*.

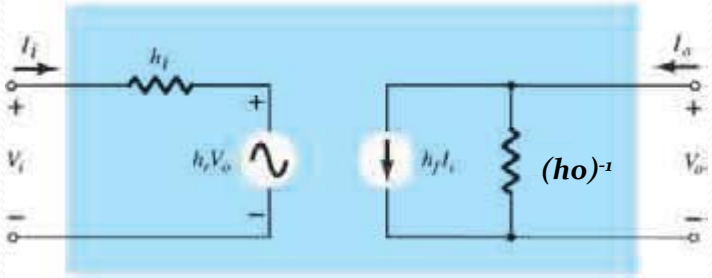


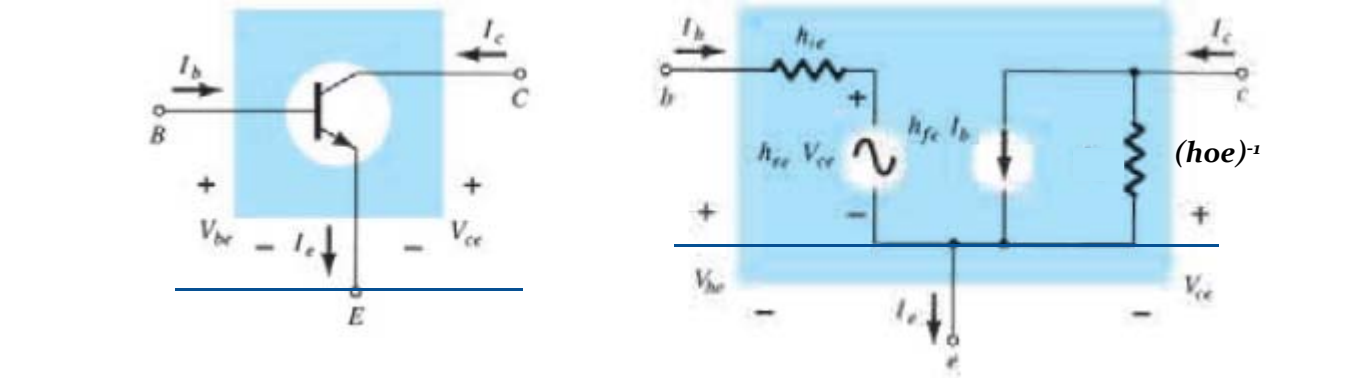
La notación de la figura es de naturaleza más práctica ya que relaciona los parámetros-*h* con la relación resultante obtenida anteriormente.
La selección de las letras resulta obvia a partir de la siguiente lista:
*h*11 → resistencia de entrada → *hi*
*h*12 → relación de voltaje de transferencia inverso → *hr*
h21 → relación de corriente de transferencia directa → hf
h22 → conductancia de salida → ho

- El circuito equivalente es aplicable para cualquier dispositivo electrónico o sistema de tres terminales sin fuentes independientes internas.
- Sin embargo, para el transistor, a pesar de que cuenta con tres configuraciones básicas, ***las tres son configuraciones de tres terminales con un terminal común***, por lo que el circuito equivalente resultante tendrá la misma configuración circuital.
- Los parámetros-*h*, sin embargo, cambian con cada configuración. Para distinguir cuál parámetro se ha empleado o cuál se encuentra disponible, se añadió un segundo subíndice a la notación del parámetro-*h*, dependiente si es BC, EC o CC se añade la letra minúscula *b, e* ó *c* respectivamente.

Configuración Emisor Común

A partir del equivalente híbrido :





Se establecen las siguientes equivalencias:

$vi = vbe$; $vo = vce$

$ii = ib$; $Io = ic$

Resultando las ecuaciones de Kirchhoff :

$vbe = h_{ie}\, ib + h_{re}\, vce$

$ic = h_{fe}\, ib + h_{oe}\, vce$

Determinación gráfica de los parámetros-h

Mediante el empleo de derivadas parciales es posible hallar la magnitud de los parámetros-*h* para el circuito equivalente del transistor a pequeña señal en la región de operación para la configuración de emisor común, mediante el uso de las siguientes ecuaciones

$$h_{ie} = \frac{\partial v_i}{\partial i_i} = \frac{\partial v_{be}}{\partial i_b} \cong \left.\frac{\Delta v_{be}}{\Delta i_b}\right|_{V_{CE}=\text{constante}}$$ (ohms)

$$h_{re} = \frac{\partial v_i}{\partial v_o} = \frac{\partial v_{be}}{\partial v_{ce}} \cong \left.\frac{\Delta v_{be}}{\Delta v_{ce}}\right|_{I_B=\text{constante}}$$ (sin unidades)

$$h_{fe} = \frac{\partial i_o}{\partial i_i} = \frac{\partial i_c}{\partial i_b} \cong \left.\frac{\Delta i_c}{\Delta i_b}\right|_{V_{CE}=\text{constante}}$$ (sin unidades)

$$h_{oe} = \frac{\partial i_o}{\partial v_o} = \frac{\partial i_c}{\partial v_{ce}} \cong \left.\frac{\Delta i_c}{\Delta v_{ce}}\right|_{I_B=\text{constante}}$$ (siemens)

Determinación de los parámetros h para Configuración EC

- Los parámetros *hie* y *hre* se determinan a partir de las características de entrada o de la base, mientras que los parámetros *hfe* y *hoe* se obtienen a partir de las características de salida o del colector.

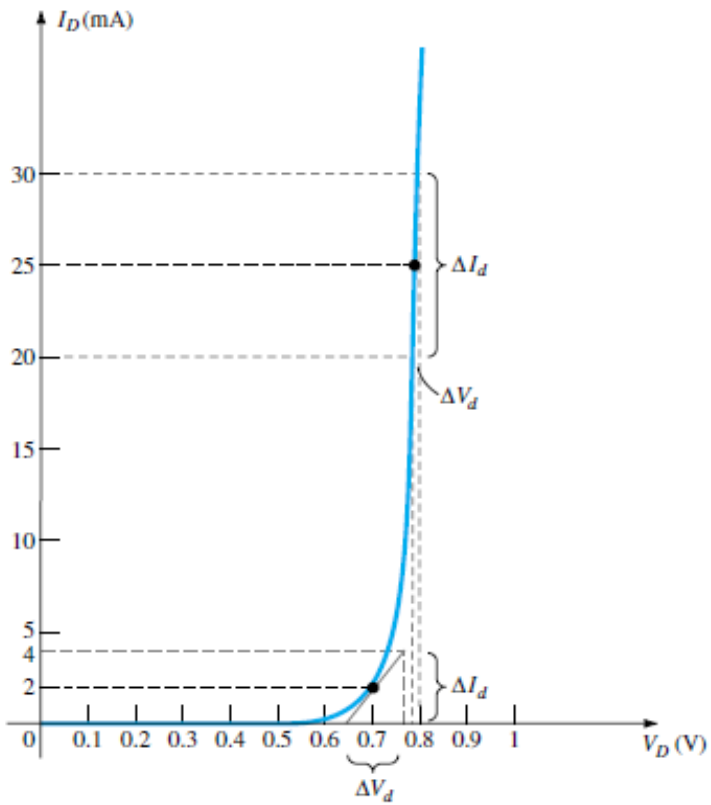
Determinación de *hie*

Se obtiene en la característica de Entrada, correspondiente a la Característica V-I de la unión BE

Siendo *Id= ib* y *Vd= vbe*

Se advierte que :

$$hie = \frac{\Delta vbe}{\Delta ib} = rd = m.VT/IBQ \cong 25\ mV.\ \beta/ICQ$$



Valores de *hie*

Ej: ICQ= 10 mA

β= 100

m= 1

hie= 25mV.100/10mA= 250Ω

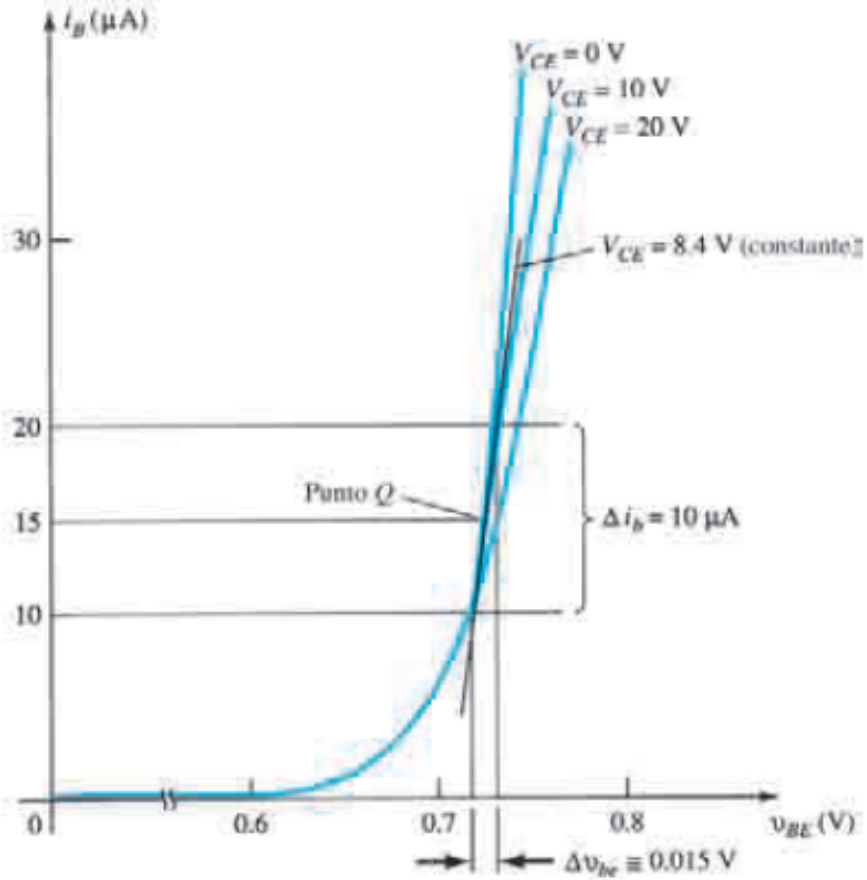
Considerando que m puede variar entre 1 y 2; y β puede fluctuar en una relación de 1 a 3 (50 y 150), entonces:

$$125\ \Omega < hie < 750\ \Omega$$

Esta medición es relativa al punto Q . Si el valor de ICQ es menor el valor de *hie será mayor, puede alanzar valores del orden de algunos KΩ.*

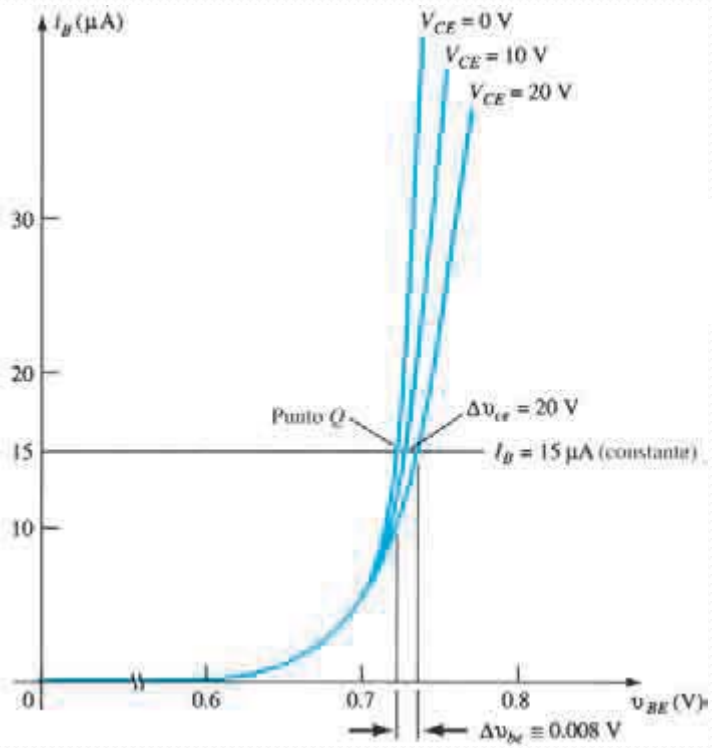
$$|h_{ie}| = \left.\frac{\Delta v_{be}}{\Delta i_b}\right|_{V_{CE}=\text{constante}} = \left.\frac{(733 - 718)\ \text{mV}}{(20 - 10)\ \mu\text{A}}\right|_{V_{CE}=8.4\ \text{V}}$$

$$= \frac{15 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-6}} = \mathbf{1.5\ k\Omega}$$



Determinación del parámetro *hre*

El parámetro ***hre***, puede calcularse al dibujar primero una línea horizontal a través del punto *Q* en *IB*. La selección natural consiste en escoger un cambio en V*CE* y encontrar el cambio resultante en *VBE* como se muestra en la figura (Ej. Para IBQ= 15mA).

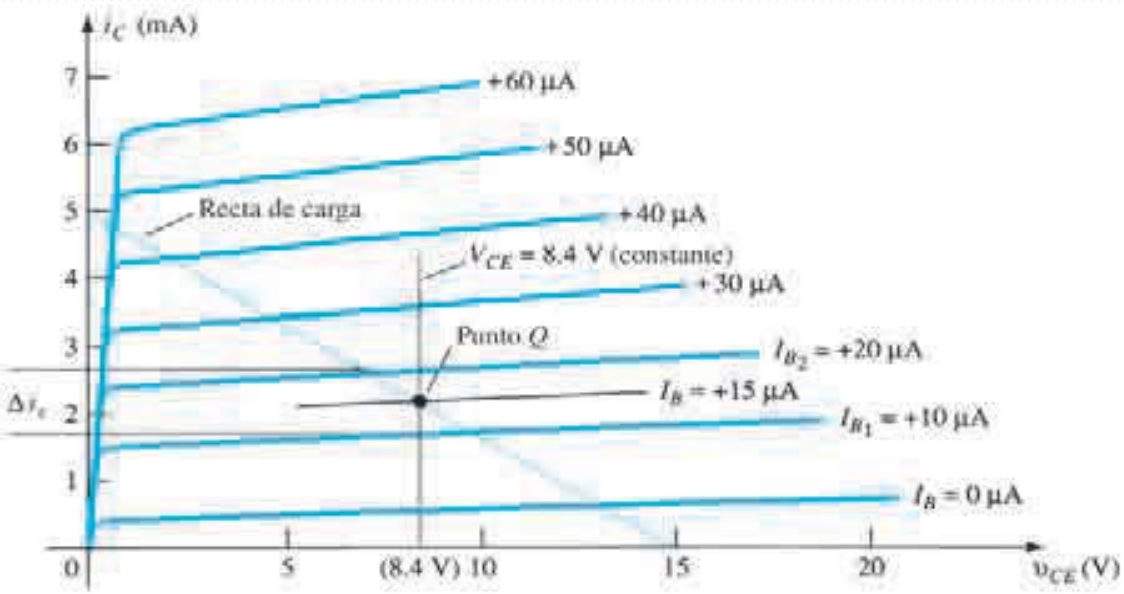


$$|h_{re}| = \left.\frac{\Delta v_{be}}{\Delta v_{ce}}\right|_{I_B=\text{constante}} = \frac{(733 - 725)\text{ mV}}{(20 - 0)\text{ V}} = \frac{8 \times 10^{-3}}{20} = 4 \times 10^{-4}$$

Dado el bajo valor de este parámetro, se desprecia en forma práctica.

Determinación del parámetro ***hfe***

A partir del punto Q, se introduce un cambio en *ib* (desde *IB1* hasta *IB2*) *manteniendo VCE* = constante. Las variaciones de ib, producen los cambios correspondiente en *ic*.

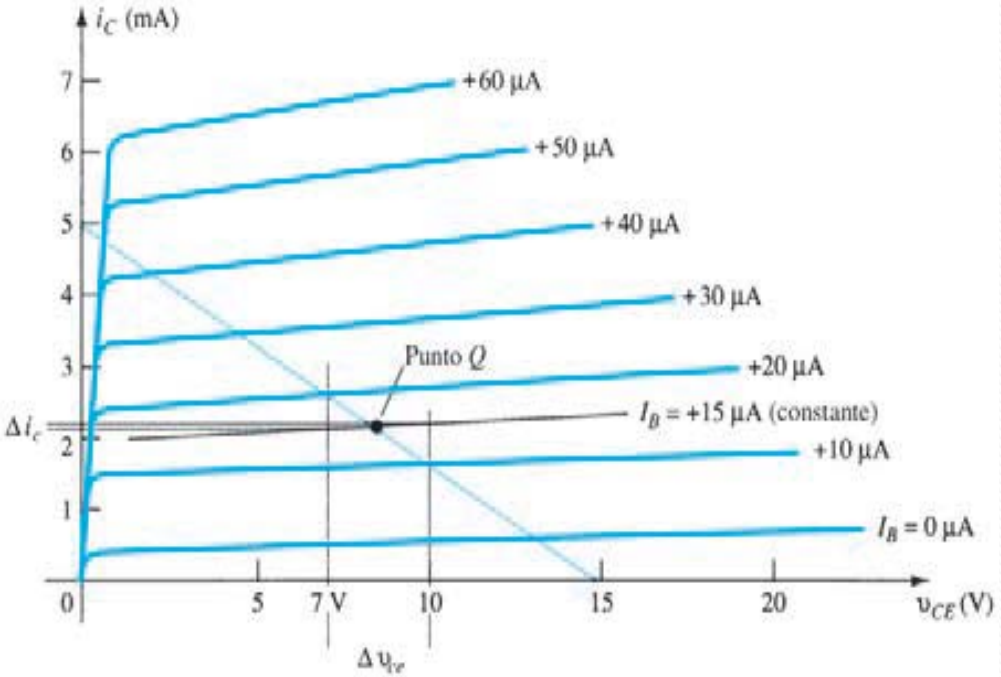


$$|h_{fe}| = \left.\frac{\Delta i_c}{\Delta i_b}\right|_{V_{CE}=\text{constante}} = \left.\frac{(2.7 - 1.7)\text{ mA}}{(20 - 10)\ \mu\text{A}}\right|_{V_{CE}=8.4\text{ V}}$$

$$= \frac{10^{-3}}{10 \times 10^{-6}} = \mathbf{100}$$

Determinación del parámetro ***hoe***

La determinación del parámetro ***hoe***, se obtiene manteniendo la *IBQ* (*IB* = constante) y a través de producir un cambio en *VCE* se obtiene el cambio correspondiente en *IC*



$$|h_{oe}| = \left.\frac{\Delta i_c}{\Delta v_{ce}}\right|_{I_B=\text{constante}} = \left.\frac{(2.2 - 2.1)\text{ mA}}{(10 - 7)\text{ V}}\right|_{I_B=+15\,\mu\text{A}}$$

$$= \frac{0.1 \times 10^{-3}}{3} = 33\ \mu\text{A/V} = 33 \times 10^{-6}\text{ S} = 33\ \mu\text{S}$$

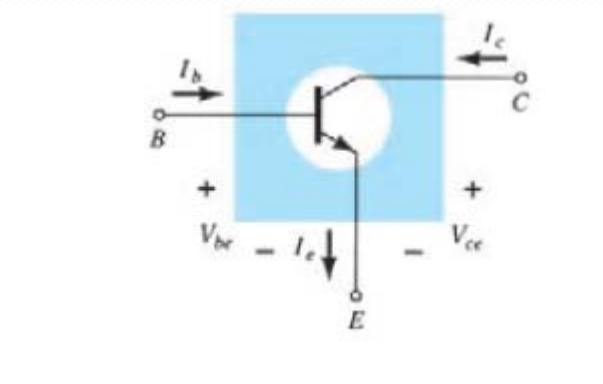
Dado que este parámetro es del orden de 10^{-6} , se desprecia de forma práctica

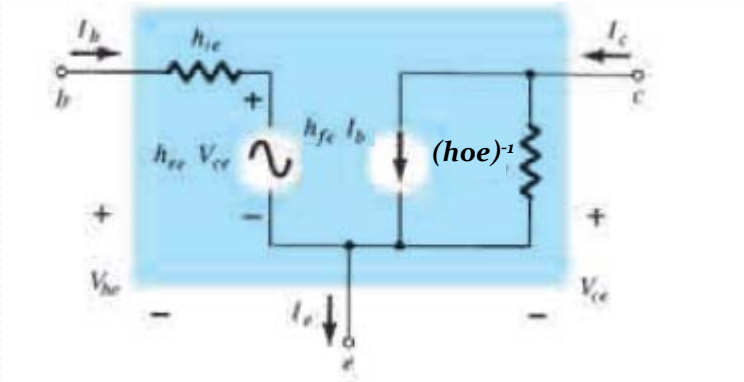
Valores de los parámetro híbridos para el transistor del ejemplo dado

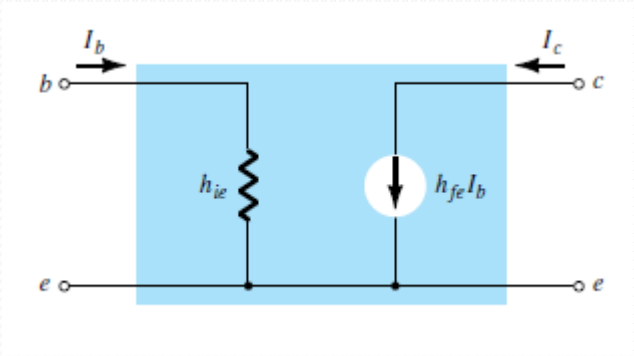
Condiciones del punto Q:
IB = 15µA
VCE = 8,4 V

Parámetros	Valor
hie	1,5 KΩ
hre	4.10^{-4}
hfe	100
hoe	$33\ \frac{\mu A}{V}$ =33 µS = $33.\ 10^{-6}$ S
1/hoe	30KΩ

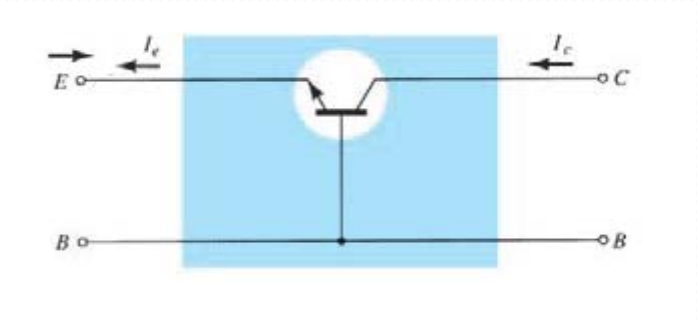
Modelo ***híbrido*** simplificado

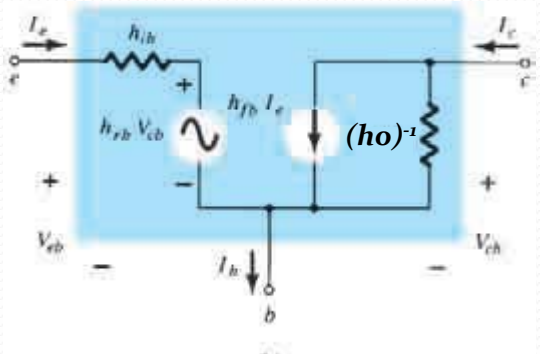


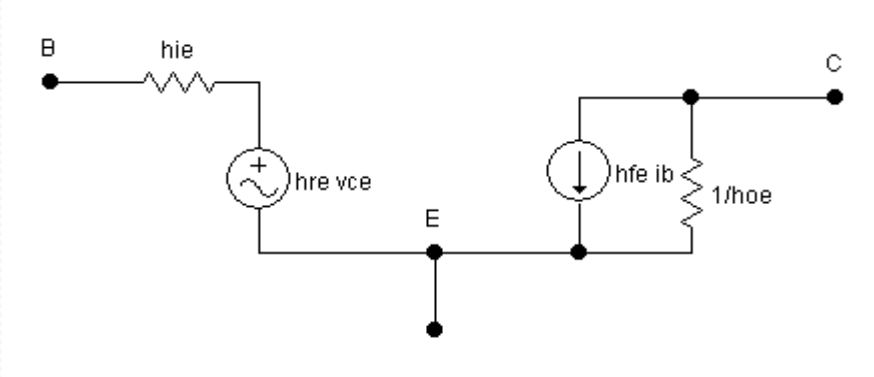


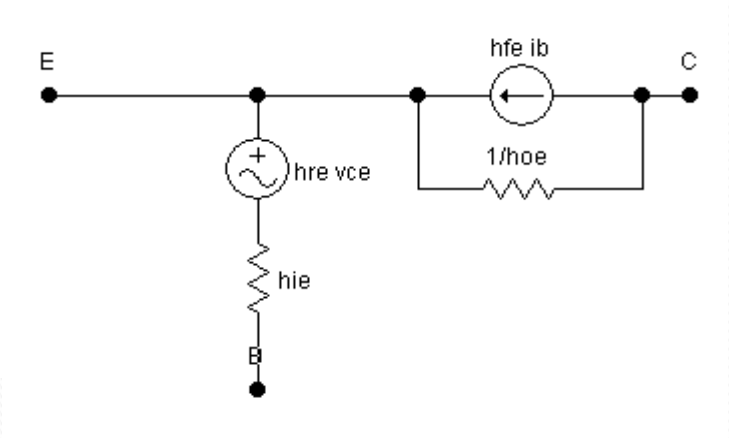


Configuración Base Común









Se establecen las siguientes equivalencias:

vi = veb ; *vo = vcb*

ii = -ie ; *io = ic*

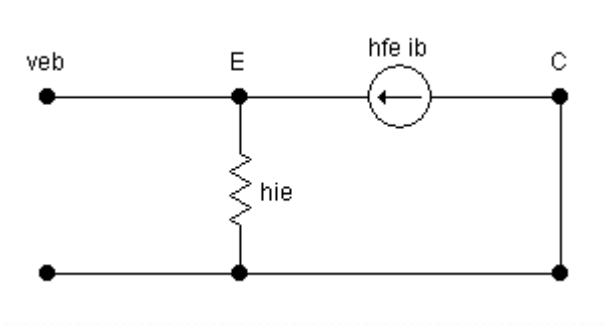
Resultando las ecuaciones de Kirchhoff :

veb= -ie hib + hrb vcb

ic = -ie hfb + hob vcb

Configuración Base Común

$$\boldsymbol{hib}=\left.\frac{veb}{-ie}\right|_{vcb=o}=\frac{-vbe}{-ie}=\frac{ib\ hie}{ib(1+hfe)}=\frac{hie}{(1+hfe)}$$

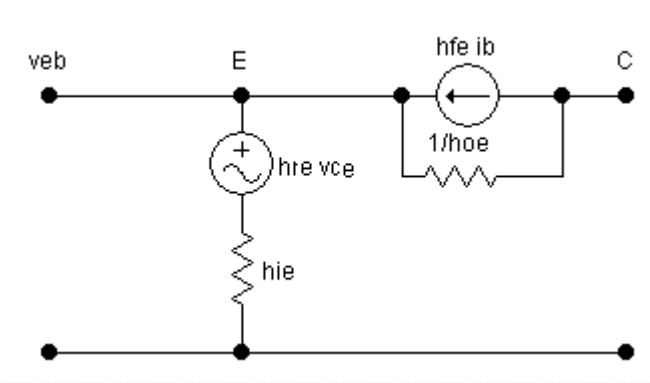


$$\boldsymbol{hrb}=\left.\frac{veb}{vcb}\right|_{ie=o}$$

Siendo : $vce=\dfrac{-ib(1+hfe)}{hoe}$

$y\ \ vbe=hre.vce+ib.\ hie=-veb\rightarrow$

$ib=\dfrac{-vbe-hre.vce}{hie}$



Reemplazando *ib* en *vce*, resulta:

$$vce=\frac{veb}{\dfrac{hie.hoe}{(1+hfe)}-hre}$$

Teniendo en cuenta que *vcb*= *vce*+*veb* y reemplazando la vce en *hrb*, resulta:

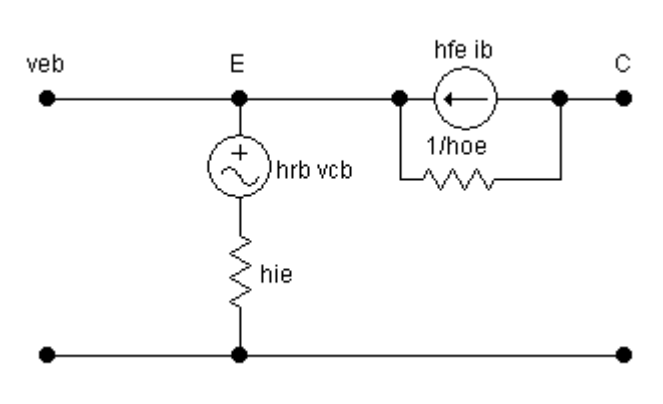
$$\boldsymbol{hrb}=\frac{hie.hoe}{(1+hfe)}-hre\cong\frac{\boldsymbol{hie.hoe}}{(\boldsymbol{1+hfe})}$$

Configuración Base Común

$$\boldsymbol{hfb} = \left.\frac{ic}{-ie}\right|_{vcb=o}$$

$$\boldsymbol{hfb} = \frac{ic}{-ie} = -\frac{ic.ib}{ib.ie} = \frac{-hfe}{(1+hfe)} = -\alpha \cong -1$$

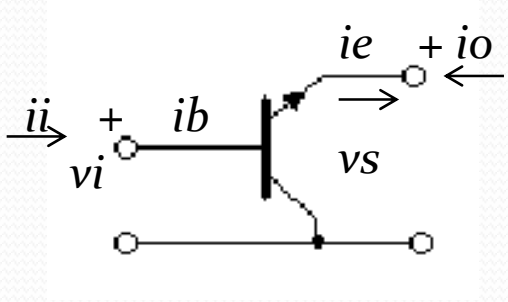
$$\boldsymbol{hob} = \left.\frac{ic}{vcb}\right|_{ie=o}$$

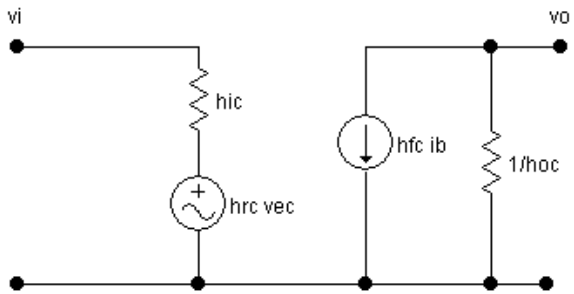


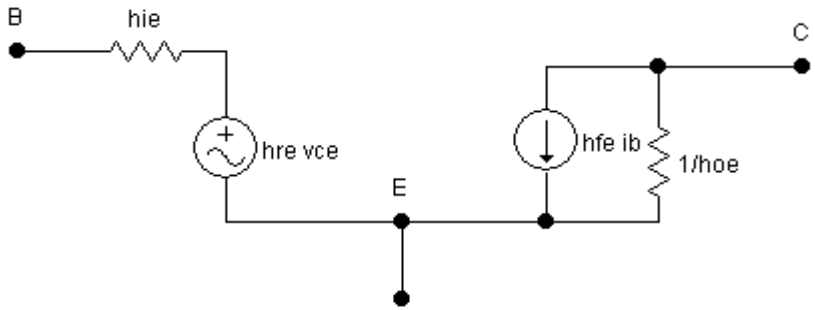
$$vcb = vce + veb = \frac{-ib(1+hfe)}{hoe} - \mathrm{ib.hie} = -\mathrm{ib}[\frac{(1+hfe)}{hoe} + hie] \cong \frac{ic(1+hfe)}{hoe} \rightarrow$$

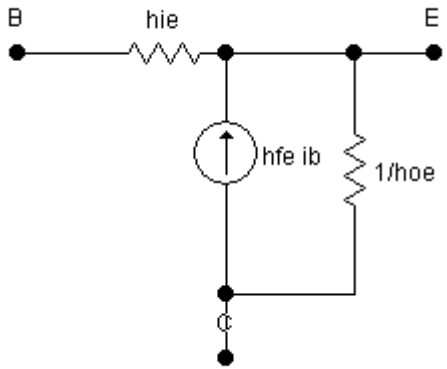
$$\boldsymbol{hob} = \frac{hoe}{(1+hfe)}$$

Configuración Colector Común









Se establecen las siguientes equivalencias:

$vi = vbc$; $vo = vec$

$ii = ib$; $io = -ie$

Resultando las ecuaciones de Kirchhoff :

$$vbc = ib\ hic + hrc\ vec$$

$$-ie = ib\ hfc + hoc\ vec$$

Configuración Colector Común

$$\boldsymbol{hic} = \left.\frac{vbc}{ib}\right|_{vce=o}$$

$$vbc = ib.hie + vec = ib.hie \ = hic.ib \rightarrow \boldsymbol{hic} = hie$$

$$\boldsymbol{hrc} = \left.\frac{vbc}{vec}\right|_{ib=o}$$

$$vbc = ib.hie + vec = vec \rightarrow vbc = vec \ \rightarrow \boldsymbol{hrc} = 1$$

$$\boldsymbol{hfc} = \left.\frac{-ie}{ib}\right|_{vce=o} = \frac{-ib(1+hfe)}{ib} = -(1+hfe) \cong -hfe$$

$$\boldsymbol{hoc} = \left.\frac{|ie|}{vec}\right|_{ib=o} = hoe$$

Resumiendo

Parámetro	CE	BC	CC
Resistencia de entrada	hie	$hib = \frac{hie}{(1 + hfe)}$	$hic = hie$
Ganancia Inversa de Tensión	hre	$hrb = \frac{hie.hoe}{(1 + hfe)} - \mathrm{hre}$	$hrc = 1$
Ganancia directa de corriente	hfe	$hfb = -\frac{hfb}{(1 + hfe)} = -\alpha$	$hfc = -(1 + hfe)$
Admitancia de salida	hoe	$hob = \frac{hoe}{(1 + hfe)}$	$hoc = hoe$

Valores de los parámetro híbridos para el transistor 2N3904 para IC= 1mA

Parámetro	EC	BC	CC
hi	3,5 KΩ	29Ω	3,5 kΩ
hr	$1,3.10^{-4}$	$1,15.\ 10^{-4}$	1
hf	120	-0,99	-121
ho	$8,5.\ 10^{-6}$ S	$7,02.\ 10^{-8}$ S	$8,5.\ 10^{-6}$ S
1/ho	118 KΩ	14 MΩ	118 KΩ