ERROR EN ESTADO ESTACIONARIO. TIPOS DE SISTEMAS. COEFICIENTES DE ERROR.

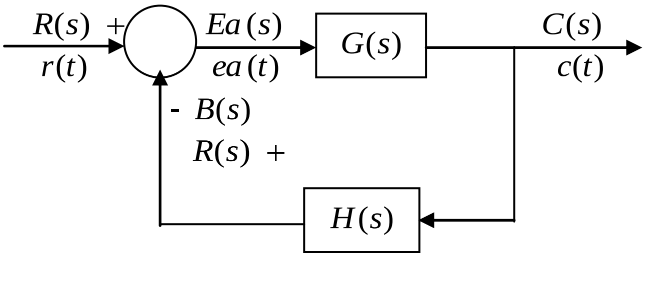
Objetivo: Analizar el error en estado estacionario para sistemas con realimentación unitaria y no unitaria. Como así también definir el tipo de sistema, es decir a que señal de referencia es capaz de seguir, con error nulo en régimen permanente.

Introducción.

Los errores en un sistema de control, se pueden atribuir a muchos factores. Los cambios en la entrada de referencia provocan errores inevitables durante los períodos transitorios y también pueden producir errores en estado estable. Las imperfecciones en los componentes del sistema, tales como fricción estática, juego o bamboleo, deriva térmica, envejecimiento o deterioro, pueden provocar errores en el estado estacionario. Sin embargo, no estudiaremos los errores producidos por las imperfecciones de los componentes del sistema, sino que analizaremos un tipo de error en estado estacionario, **provocado por la incapacidad del sistema de seguir ciertos tipos de entradas.** Un sistema puede no tener un error en estado estacionario para una entrada escalón, pero el mismo sistema puede exhibir un error en estado estable diferente de cero ante una entrada rampa. El que un sistema determinado exhiba un error en estado estable para un tipo específico de entrada depende de la Función de transferencia de Lazo Abierto del sistema. **En general, los errores en estado estable de sistemas de control lineales, dependen del tipo de señal de referencia y del tipo del sistema (que se verá más adelante).** Cualquier sistema físico de control sufre, por naturaleza un error en estado estable en respuesta a ciertos tipos de entrada. La única forma de eliminar este error para estado estable, es modificar la estructura del sistema.

Antes de emprender el análisis del error en estado estable, se debe clarificar cuál es el significado de error del sistema**. En general el error se puede ver como una señal que rápidamente debe ser minimizada y si es posible reducida a cero.-**

Con referencia al sistema en lazo cerrado de la siguiente figura:



Cuando el sistema tiene realimentación unitaria H(S) = 1, el error es simplemente:

$$e(t)= e_a(t)= r(t) – y(t)$$

Siendo definido el error en estado estable como:

$$e_{ss} = \lim_{t \to \infty} e(t)$$

Si H(S) ≠ 1, pero la ganancia estática de realimentación $K_H = 1$

Ejemplo $H(S)=\frac{6(S+1)}{(S+6)}$ siendo $K_H=\lim_{S\to 0} H(S)) = 1$

el error del sistema se puede aún definir con la ecuación e(t) = r(t) – y(t) por ser la ganancia de realimentación en estado estacionario unitaria.

Pero cuando H(S) no es unitaria y $K_H \neq 1$, el error actuante, $e_a(t)$ ya no puede definirse según la ecuación e(t)= r(t) – y(t) .

Ejemplo: Si se considera un sistema con ganancia de realimentación no unitaria $K_H \neq 1$, como es el caso de un sistema de control de velocidad , en donde la entrada escalón se emplea para controlar la salida del sistema, la cual es una rampa en estado estable que representa la velocidad angular del motor en rad/seg. En este ejemplo se utiliza un tacómetro, que es un dispositivo electromecánico cuya salida entrega un voltaje proporcional a la magnitud de la velocidad angular de entrada, el cual se utiliza en este ejemplo como sensor de velocidad, es decir se lo usa como elemento de realimentación para comparar la salida de voltaje que el entrega (la cual es proporcional a la velocidad angular que esta sensando) con la señal de entrada r(t) expresada en volts.
En este caso, como y(t) [rad/seg] y r(t) [volts] no tienen las mismas dimensiones, no se puede definir el error como: e(t) = r(t) – y(t).

Por Ejemplo:
Si K_H = 10 V/rad/seg, para una entrada r(t) igual al escalón unitario de 1 Volt, la velocidad en estado estable debería ser 0,1 rad/seg, ya que cuando dicha velocidad se alcanza, la salida de voltaje del tacómetro será de 1 V, y en este caso el error de estado estacionario entre la señal de entrada y la salida sería cero. Para lo cual se necesitaría una nueva señal de referencia igual a la salida que valiera 0,1y un dispositivo adaptador que tuviera la misma ganancia que el bloque de realimentación para convertir la señal referencia (0,1 rad/seg) en otra señal de entrada (1 Volt) que pudiera compararse con la señal proveniente del elemento sensor (1 Volt).
Para este caso, el error del sistema debe definirse como la diferencia entre esa nueva señal llamada **señal de referencia y la salida del sistema.**

e(t) = Sr(t) – y(t)

Es decir, para ello, debe definirse una **señal de referencia Sr(t) [rad/seg]** que es la señal que la salida y(t) está siguiendo, expresada en la misma magnitud de la salida, que es distinta a la **señal de entrada r(t)** [Volts] expresada en la misma magnitud que la salida del sensor que es el tacómetro.
De esta forma el sistema de control de lazo cerrado SISO (una sola entrada y una sola salida) quedaría representado por el siguiente diagrama en bloques de la figura Nº1

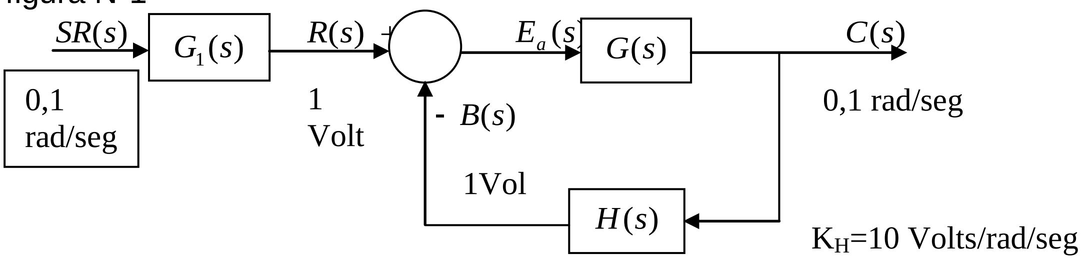


Fig. 1 Esquema de bloques para un control SISO

En donde r(t) es la señal entrada, Sr(t) es la señal de referencia, $e_a(t)$ es el error actuante, e(t) es el error verdadero, y b(t) es la señal de realimentación. Luego se pueden definir dos tipos de errores distintos para realimentación no unitaria:

- **Error verdadero: e(t)** se define como la diferencia entre la señal de referencia $Sr(t)$ y la señal de salida $c(t)$.

  $E(s) = SR(s) - C(s)$

  La magnitud es la misma que la señal Sr(t) y de la salida (Ejemplo: Las unidades pueden ser: ºc, rad/seg, m, m/seg etc).

- **Error actuante o señal activa**: $e_a(t)$, es la entrada al bloque G(s), se define como la diferencia entre la señal de entrada r(t) y la señal de realimentación primaria b(t).

  $E_a(s) = R(s) - B(s) = R(s) - H(s)C(s) = SR(s)G_1(s) - H(s)C(s)$

  La dimensión de la $ea(t)$ **es igual a la de** $r(t)$**, generalmente en [Volt].**

La función de transferencia $H(s)$**,** se supondrá de acá en más que no tiene polos ni ceros en el origen y representa al sistema de **medición**, que generalmente realiza la medición de la variable controlada $c(t)$ y **la convierte en otra variable o magnitud** $b(t)$**, más conveniente de procesar y transmitir como ser, tensión, corriente, presión, etc.**

Por lo tanto $H(0) = K_H = cte.-$

Como se puede apreciar la **relación** entre la **dimensión** de la señal de salida, por ejemplo, ºC, metros, rad/seg. etc., y la **señal de realimentación,** que es de la misma magnitud de la entrada que es por lo general Volts, **estará dada por la ganancia estática de la función de transferencia del elemento de medición H(s) o sea K_H.** Por lo tanto deberá ser la **misma relación** entre la señal de referencia y la señal de entrada, o sea, la ganancia estática de G1(s) deberá ser también **K_H**.

La **función de transferencia** $G_1(s)$, del llamado "**selector de referencia", representa al elemento que convierte la señal de referencia** $Sr(t)$ **en una variable adecuada, la señal de entrada** $r(t)$**, para poder ser comparada con la medición de la salida** $b(t)$**,** por lo tanto: $G_1(s) = K_{SR} = K_H$

G1(S) es usualmente una ganancia y siempre tiene una unidad dada por la relación de unidades de la señal se entrada (que es la misma que la unidad de la señal primaria de realimentación b(t) y la unidad de la señal de referencia que es la misma que la unidad de la salida c(t), por ejemplo [Volt/rad], [Volt/ºC], [Volt/m] , [Volt/rad/seg], etc.

Si se supone que $G_1(s) = K_{SR}$, la ganancia estática de la función de transferencia del sistema será: $M^{'}(0)=\dfrac{C(0)}{SR(0)}=K_{SR}\,M(0)=\dfrac{K_{SR}\,G(0)}{1+G(0)\,H(0)}=\dfrac{K_{SR}}{\dfrac{1}{G(0)}+H(0)}$

Como se puede ver solo si $G(0)\rightarrow\infty$, $K_{SR}=K_H$, en consecuencia si G(s) no tiene polos en el origen (G(o) no tiende a ∞ cuando S tiende a cero). **Si G(S) no tiene polos en el origen y si además se hace $K_{SR}=K_H$ el sistema tendrá un error de estado estacionario a una entrada escalón**, el sistema corresponde a un sistema **Tipo cero**.

Si el **error verdadero fuera siempre nulo** para una referencia escalón, K_{SR} deberá tener en el valor : $K_{SR}=\dfrac{1}{G(0)}+H(0)=\dfrac{1}{G(0)}+K_H$, pero ya **no se respetaría la relación comentada** entre Sr(t) y la de entrada r(t).

Si $G(0)\rightarrow\infty$**, (es decir tiene un polo en el origen**), y K_{SR} se hace igual a la ganancia estática de $H(s)$ ($K_{SR}=K_H$), en **estos casos se tendrá dicho error nulo**, lo que corresponde a un sistema **Tipo uno**.-
Por lo tanto la señal de referencia sería:

$Sr(t)=\dfrac{r(t)}{K_{SR}}$ que se empleará así: $\boxed{Sr(t)=\dfrac{r(t)}{K_H}}$

En consecuencia la señal del error verdadero será:

$e(t)=\dfrac{r(t)}{K_{SR}}-c(t)$ que se tomará así: $\boxed{e(t)=\dfrac{r(t)}{K_H}-c(t)}$

Para el tiempo tendiendo a infinito será el error de estado estacionario en estudio.

Error de Estado Estacionario para sistemas con realimentación unitaria H(S)= 1

Cuando $H(s)$ y $G_1(s)$ **valen 1**, se dice que el sistema es de **realimentación unitaria** y, para este caso los **dos errores** coinciden y además $Sr(t)=r(t)\Rightarrow SR(s)=R(s).-$

Estos sistemas tienen un diagrama en bloques como el indicado en la figura 2.
En ellos la señal de referencia y la de entrada coinciden o sea: $SR(s)=R(s)$

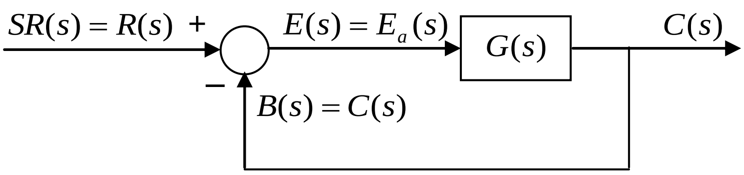


Fig. 2. Diagrama en bloques para un sistema de realimentación unitaria.

En general cualquier función transferencia puede ser escrita en función de sus ceros y polos, como:

$$G(s) = \frac{K'_n\,(s+z_1).............(s+z_m)}{s^n\,(s+p_1)...........(s+p_k)} = \frac{K'_n \prod_{j=1}^{m}(s+z_j)}{s^n \prod_{i=1}^{k}(s+p_i)} \quad donde \quad n+k \geq m$$

o en forma normalizada de constante de tiempo como:

$$G(s) = \frac{KLA(1+TaS\ ).(1+TbS).........}{s^n\,(1+T1S).(1+T2S)........}$$

Donde ***KLA*** es la ganancia normalizada de Lazo Abierto.

El término S^n en el denominador, representa un polo de multiplicidad n en el origen. Los sistemas de control se clasifican de acuerdo con su capacidad de seguir entradas escalón, rampa, aceleración etc. Este esquema de clasificación es razonable porque las entradas reales se consideran a veces como una combinación de las entradas mencionadas. Esta clasificación se basa en el número de integradores en el origen de la Función de Transferencia de Lazo Abierto es decir en el **tipo del sistema**:

- "**tipo de sistema**" se define únicamente **para sistemas con realimentación unitaria** como: el número de integradores puros en la cadena directa G(S). Es decir el valor de "**n**" en la expresión anterior.
  El tipo de sistema indica que orden de señales de referencia puede "seguir" un sistema con error nulo en régimen estacionario.
  Conforme el tipo es mayor, mejora la precisión, sin embargo al aumentar el tipo agrava el problema de estabilidad. Siempre se llega a un compromiso de equilibrio entre la precisión y la estabilidad relativa. En la práctica es muy raro tener sistemas de orden tres o superiores, porque por lo general resulta difícil diseñar sistemas estables que tengan dos o más integradores en la trayectoria directa.

- Note que esta definición es diferente a la de orden del sistema.

<u>Ejemplo</u>:

$$G(s) = \frac{(s+1)}{s^2(s^2+3s+4)} \quad es\ de\ tipo 2$$

Teniendo en cuenta esta clasificación, investigaremos el error en estacionario para varios tipos de sistemas, debido a las señales de referencia: impulso R(s)=1, escalón R(s)=1/s, rampa R(s)=1/S^2 y parábola R(s)=1/S^3

El Error en el dominio de Laplace, para sistemas de realimentación unitaria, se obtiene como:

$$E(s) = E_a(s) = R(s) - C(s) = \frac{1}{1+G(s)} R(s)$$

En régimen permanente, el error de estado estable se obtiene aplicando el teorema del valor final, que relaciona un comportamiento estable de una función f(t) en el dominio temporal cuando t→∞ con el comportamiento estable de la transformada de Laplace de una función F(S) multiplicada por S cuando S→0 :

$$e(\infty) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} s \frac{1}{1+G(s)} R(s)$$

Para ser aplicado el Teorema de Laplace debe existir el $\lim_{t\to\infty} f(t)$ y la función S.F(S) no debe tener polos en el semiplano derecho del plano S, ni en el eje jw (lo que equivale a decir que el sistema sea estable) y f(t) y df(t)/dt deben ser transformable por Laplace.

A continuación se definirán unas **cifras de mérito** denominadas **"<u>constantes de error de estado estacionario</u>".**

Las constantes de error (Kp, Kv, Ka) describen la capacidad que un sistema con realimentación unitaria tiene para reducir o eliminar el error de estado estable. Por lo tanto **indican el desempeño estable del sistema**. Mientras más altas son las constantes, más pequeño es el error en estado estable.

1)- **Constante de Error de Posición Estática "Kp"**: Se define solamente para una entrada escalón.

r(t) = R   por lo tanto   R(S) = R/S

reemplazando en la función de error E(S) se obtiene:

$$e_{SS} = e(\infty) = \lim_{S\to 0} \left(\frac{S}{1+G(S)}\right)\frac{R}{S} = \frac{1}{1+\lim_{S\to 0} G(S)} = \frac{R}{1+G(0)}$$

Kp se define como:

$$\boxed{Kp = \lim_{S\to 0} = G(S) = G(0)}$$

Por lo tanto el error en estado estable, se obtiene mediante:

$$e_{SS} = e(\infty) = \frac{R}{1+Kp}$$

1.1) Error de estado estacionario Sistema Tipo cero con entrada escalón.

$$G(S) = \frac{KLA.(1+Ta.S).(1+Tb.S).....}{(1+T_1.S)(1+T_2.S)........} \qquad R(S) = R/S$$

$$Kp = \lim_{S\to 0} \frac{KLA.(1+Ta.S).(1+Tb.S).....}{(1+T_1.S)(1+T_2.S)........} = KLA$$

$$e_{SS}\,\% = e(\infty) = \frac{R}{1+KLA} * 100$$

El sistema es capaz de seguir a una entrada escalón con un cierto error de estado estacionario que dependerá en forma inversamente proporcional a la ganancia normalizada de lazo abierto KLA y al valor de la ganancia de la entrada. A mayor ganancia se reduce el error de estado estacionario pero empeora la estabilidad.
Mientras más alta es la constante de error Kp mas pequeño es el error de estado estable.
Siempre el error de estado estacionario, se considera un error en la posición de la salida. La salida de un sistema puede ser Temperatura, Posición, Velocidad, etc. Por lo tanto se interpretará a un error de posición como a un error en la posición de la variable de salida comparado con la posición de la variable de entrada, es decir será un error expresado en ºC, m, rad/seg, etc. Recordar que posición representa la variable temperatura, velocidad, nivel, etc.
En este caso de un sistema tipo cero exitado por una entrada escalón la posición de la variable de salida difiere de la posición de la variable de entrada en un valor finito expresado en tanto por ciento.
Un sistema tipo cero es permisible si es posible tolerar errores pequeños para entrada escalón, siempre y cuando la ganancia KLA sea grande. Sin embargo, si la ganancia KLA es demasiado grande, es difícil obtener una estabilidad relativa suficientemente grande

1.2) Error de estado estacionario Sistema Tipo uno o más con entrada escalón.

R(S) = R/S

$$G(s) = \frac{KLA(1+TaS\ ).(1+TbS).........}{s^n\ (1+T1S).(1+T2S)........}$$

$$Kp = \lim_{S\to 0} \frac{KLA.(1+Ta.S).(1+Tb.S).....}{S(1+T_1.S)(1+T_2.S)........} = \infty$$

$$e_{SS} = e(\infty) = \frac{1}{1+\infty} = 0$$

Si se necesita un error de estado estable cero para una entrada escalón, el tipo del sistema debe ser uno o mayor.
Un sistema tipo uno o más sigue fielmente una entrada escalón. La posición de la variable de la salida coincide exactamente con la posición de la variable de entrada.

<u>**Resumen**</u>: Un escalón puede ser seguido sin error, en régimen permanente, por los sistemas tipo uno y superiores.

2)- Constante de Error de Velocidad Estática "Kv": Se define solamente para una entrada rampa

r(t) = R.t   R(S) = R/S^2

$$e_{SS} = e(\infty) = \lim_{S\to 0}\left(\frac{S}{1+G(S)}\right)\frac{R}{S^2} = \frac{1}{\lim_{S\to 0} S.G(S)} = \frac{R}{SG(0)}$$

Kv se define como:

$$\boxed{Kv = \lim_{S\to 0} S.G(S) = S\,G(0)}$$

Por lo tanto el error en estado estable, se obtiene mediante:

$$e_{SS} = e(\infty) = \frac{R}{Kv}$$

El término error de velocidad se usa para expresar **un error en estado estable en la posición** cuando el sistema es excitado por **una entrada rampa**. Es decir: el error de velocidad no **es un error en la velocidad, sino un error en la posición debido a una entrada rampa.** La dimensión del error de velocidad es igual a la dimensión del error del sistema.

2.1)- Error de velocidad en estado estacionario para Sistema Tipo cero con entrada rampa.

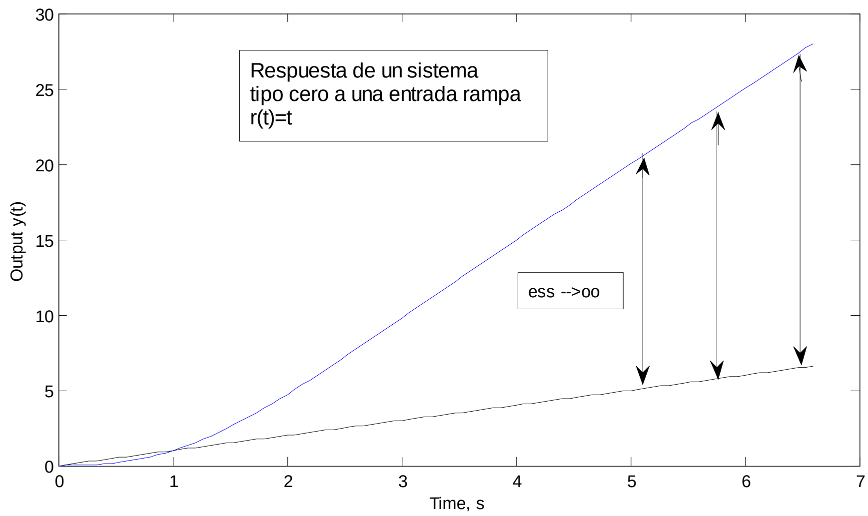
$$r(t) = R.t \qquad R(S) = \frac{R}{S^2}$$

$$G(S) = \frac{KLA.(1+Ta.S).(1+Tb.S).....}{(1+T_1.S)(1+T_2.S)........}$$

$$Kv = \lim_{S\to 0} S.G(S) = S\,\frac{KLA.(1+Ta.S).(1+Tb.S).....}{(1+T_1.S)(1+T_2.S)........} = 0$$

$$e_{SS} = e(\infty) = \frac{R}{Kv} = \frac{R}{0} = \infty$$

Un sistema tipo cero es incapaz de seguir a una entrada rampa



Se debe dejar claro que el sistema es estable pero su comportamiento en estado estacionario para una entrada rampa da un error infinito, lo que se asemeja al comportamiento de una respuesta inestable. El sistema es estable pero al ser un sistema tipo cero, no sirve para una entrada rampa porque es incapaz de seguirla, si al mismo sistema se le saca la entrada rampa y se le aplicara una entrada escalón, seguiría a la entrada escalón con un error finito que dependería de la ganancia de la entrada y de la ganancia de lazo abierto normalizada.

2.2)- Error de velocidad en estado estacionario para Sistema Tipo uno con entrada rampa.

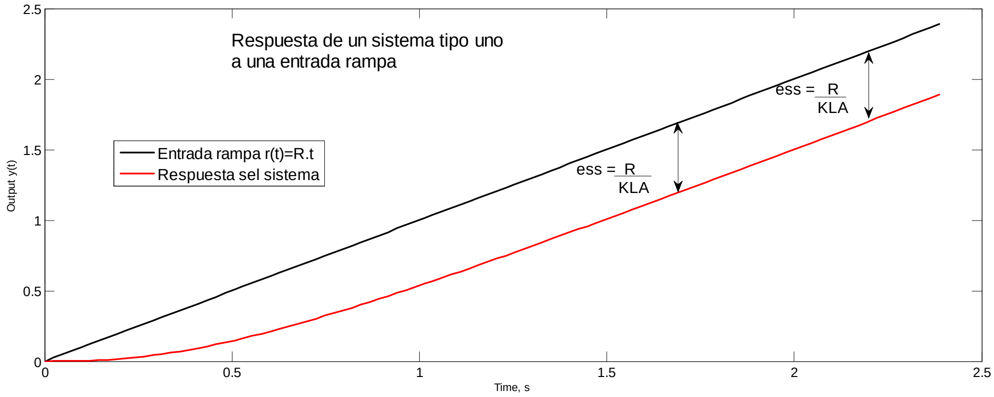
$$r(t) = R.t \qquad R(S) = \frac{R}{S^2}$$

$$G(S) = \frac{KLA.(1+Ta.S).(1+Tb.S).....}{S.(1+T_1.S)(1+T_2.S)........}$$

$$Kv = \lim_{S\to 0} S.G(S) = \lim_{S\to 0} \frac{S.KLA.(1+Ta.S).(1+Tb.S).....}{S.(1+T_1.S)(1+T_2.S)........} KLA$$

$$e_{SS} = e(\infty) = \frac{R}{KLA}$$

Un sistema tipo uno sigue a una entrada rampa con un error finito. Este error es proporcional a la velocidad de entrada y es inversamente proporcional a la ganancia de lazo abierto normalizada *KLA*.



En estado estable la velocidad de cambio de la salida es igual a la velocidad de cambio de la entrada, solamente hay un error debido a la diferencia de posición de la salida respecto a la diferencia de posición de la entrada. Existe un error llamado de velocidad de estado estacionario **finito y constante** que es debido solamente a la **diferencia de posición entre la recta de entrada y la recta de estado estacionario**. Esto se debe a que la pendiente de la recta de entrada es la misma que la pendiente de estado estacionario, al ser dos rectas paralelas la distancia entre ellas se mantienen fijas, y como el error en estado estacionario coincide con esa distancia se mantiene finito y fijo para todo t→∞. Apreciar que la ordenada al origen de la recta de estado estacionario también coincide con la distancia de separación entra ambas rectas, por lo que el error de estado estacionario se puede encontrar también como la ordenada al origen de la recta de estado estacionario.

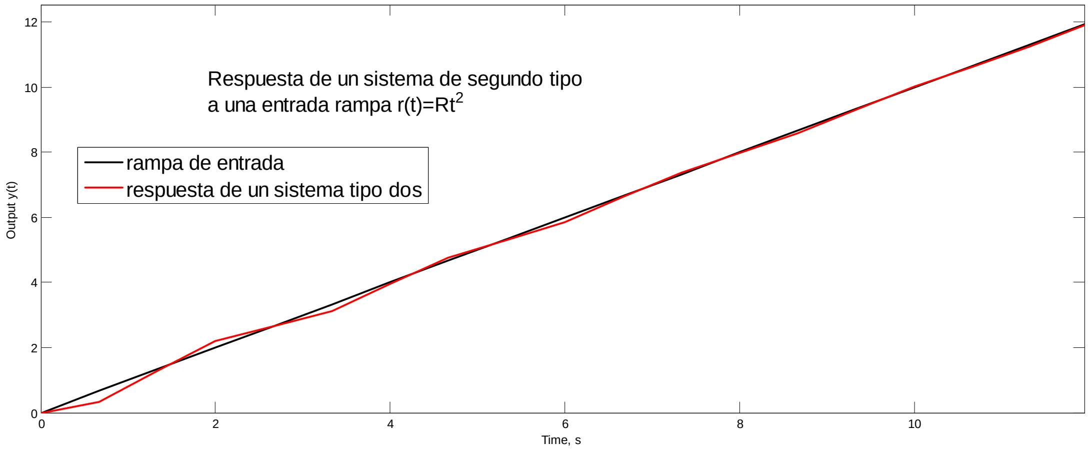
2.3)- Error de velocidad en estado estacionario para Sistema Tipo dos o más con entrada rampa.

$$r(t) = R.t \qquad R(S) = \frac{R}{S^2}$$

$$G(S) = \frac{KLA.(1+Ta.S).(1+Tb.S).....}{S^2.(1+T_1.S)(1+T_2.S)........}$$

$$Kv = \lim_{S\to 0} = S\,\frac{KLA.(1+Ta.S).(1+Tb.S).....}{S^2.(1+T_1.S)(1+T_2.S)........} = \infty$$

$$e_{SS} = e(\infty) = \frac{R}{Kv} = 0$$



Recién un sistema tipo dos o más sigue a una entrada rampa con un error cero. La salida sigue fielmente a la entrada por lo que coinciden no solo la velocidad de cambio de la salida respecto la entrada sino que también coinciden la posición de la salida respecto la posición de la entrada (No hay error ni en la velocidad ni en la posición). Esto sucede porque la recta de estado estacionario coincide exactamente con la recta de entrada. Son dos rectas coincidentes al tener la misma pendiente y la misma ordenada al origen.

Resumen: Una rampa puede ser seguida en régimen permanente por sistemas tipo “2” y superiores.

3)- Constante de Error de Posición Estática “Ka”: Se define solamente para una entrada aceleración.

r(t) = R.t^2/2   R(S) = R/S^3

$$e_{SS} = e(\infty) = \lim_{S\to 0}\left(\frac{S}{1+G(S)}\right)\frac{R}{S^3} = \frac{1}{\lim_{S\to 0} S.^2 G(S)} = \frac{R}{S^2 G(0)}$$

Ka se define como:

$$\boxed{Ka = \lim_{S\to 0} S^2.G(S) = S^2\, G(0)}$$

Por lo tanto el error en estado estable, se obtiene mediante:

$$e_{SS} = e(\infty) = \frac{R}{Ka}$$

3.1)- Error de aceleración en estado estacionario para Sistema Tipo cero con entrada aceleración.

$$r(t) = R.\frac{t^2}{2} \qquad R(S) = \frac{R}{S^3}$$

$$G(S) = \frac{KLA.(1+Ta.S).(1+Tb.S).....}{(1+T_1.S)(1+T_2.S)........}$$

$$Ka = \lim_{S\to 0} S^2.G(S) = S^2\,\frac{KLA.(1+Ta.S).(1+Tb.S).....}{(1+T_1.S)(1+T_2.S)........} = 0$$

$$e_{SS} = e(\infty) = \frac{R}{Ka} = \frac{R}{0} = \infty$$

3.2)- Error de aceleración en estado estacionario para Sistema Tipo uno con entrada aceleración.

$$r(t) = R.\frac{t^2}{2} \qquad R(S) = \frac{R}{S^3}$$

$$G(S) = \frac{KLA.(1+Ta.S).(1+Tb.S).....}{S(1+T_1.S)(1+T_2.S)........}$$

$$Ka = \lim_{S\to 0} S^2.G(S) = S^2\,\frac{KLA.(1+Ta.S).(1+Tb.S).....}{S(1+T_1.S)(1+T_2.S)........} = 0$$

$$e_{SS} = e(\infty) = \frac{R}{Ka} = \frac{R}{0} = \infty$$

3.3)- Error de aceleración en estado estacionario para Sistema Tipo dos con entrada aceleración.

$$r(t) = R.\frac{t^2}{2} \qquad R(S) = \frac{R}{S^3}$$

$$G(S)=\frac{KLA.(1+Ta.S).(1+Tb.S).....}{S^2(1+T_1.S)(1+T_2.S)........}$$

$$Ka=\lim_{S\to 0} S^2.G(S)=S^2\,\frac{KLA.(1+Ta.S).(1+Tb.S).....}{S^2(1+T_1.S)(1+T_2.S)........}=KLA$$

$$e_{SS}=e(\infty)=\frac{R}{Ka}=\frac{R}{KLA}$$

3.3)- Error de aceleración en estado estacionario para Sistema Tipo tres o mayor con entrada aceleración.

$$r(t)=R.\frac{t^2}{2} \qquad R(S)=\frac{R}{S^3}$$

$$G(S)=\frac{KLA.(1+Ta.S).(1+Tb.S).....}{S^3(1+T_1.S)(1+T_2.S)........}$$

$$Ka=\lim_{S\to 0} S^2.G(S)=S^2\,\frac{KLA.(1+Ta.S).(1+Tb.S).....}{S^3(1+T_1.S)(1+T_2.S)........}=\infty$$

$$e_{SS}=e(\infty)=\frac{R}{Ka}=\frac{R}{\infty}=0$$

Los sistemas de tipo uno y dos son incapaces de seguir a una entrada aceleración o parábola en estado estable. Recién un sistema tipo dos, puede seguir a una entrada parábola con una señal de error finita.
Un sistema tipo tres o mayor con realimentación unitaria sigue a una entrada aceleración con error cero en estado estacionario

<u>Resumen</u>: Una entrada parábola puede ser seguida sin error en estacionario por los sistemas tipo tres y superiores.

4- <u>Error de estado estacionario para una Entrada Impulso: R(s)=1</u>

r(t) = δ(t)   R(S) = 1

$$e_{SS}=e(\infty)=\lim_{S\to 0}\left(\frac{S}{1+G(S)}\right)=\lim_{S\to 0}\frac{S}{1+\dfrac{KLA.(1+Ta.S).(1+Tb.S).....}{S^n(1+T_1.S)(1+T_2.S)........}}$$

4.1- **<u>Error de estado estacionario para una Entrada Impulso</u> <u>para Sistema Tipo cero</u>**

r(t) = δ(t)   R(S) = 1

$$e_{SS}=e(\infty)=\lim_{S\to 0} S.E(S)=\lim_{S\to 0}(\frac{S}{1+G(S)})=\lim_{S\to 0}\frac{S}{1+\frac{KLA.(1+Ta.S).(1+Tb.S).....}{(1+T_1.S)(1+T_2.S)........}}=0$$

4.2- **Error de estado estacionario para una Entrada Impulso para Sistema Tipo uno**

r(t) = δ(t)   R(S) = 1

$$e_{SS}=e(\infty)=\lim_{S\to 0} S.E(S)=\lim_{S\to 0}(\frac{S}{1+G(S)})=\lim_{S\to 0}\frac{S}{1+\frac{KLA.(1+Ta.S).(1+Tb.S).....}{S(1+T_1.S)(1+T_2.S)........}}=0$$

4.3- **Error de estado estacionario para una Entrada Impulso para Sistema Tipo dos o más**

r(t) = δ(t)   R(S) = 1

$$e_{SS}=e(\infty)=\lim_{S\to 0} S.E(S)=\lim_{S\to 0}(\frac{S}{1+G(S)})=\lim_{S\to 0}\frac{S}{1+\frac{KLA.(1+Ta.S).(1+Tb.S).....}{S^2(1+T_1.S)(1+T_2.S)........}}=0$$

Resumen: Un impulso puede ser seguido en régimen permanente, sin error, por todos los tipos de sistemas.

Coeficientes de error.

Como vimos anteriormente los coeficientes de error se definen como:

Coeficiente de error de posición para la entrada escalón:

$Kp=\lim_{s\to 0} G(s)$, como $E(s)\ y\ C(s)$ tienen las mismas unidades, por tanto Ko es adimensional.-

Coeficiente de error de velocidad para la entrada rampa:

$Kv\equiv\lim_{s\to 0} s\,G(s)$, K_1 tiene las dimensiones de segundo^{-1}.-

Coeficiente de error de aceleración para la entrada parábola:

$Ka=\lim_{s\to 0} s^2\,G(s)$, K_2 tiene las dimensiones de segundo^{-2}.-

Luego los errores finitos en estado estacionario para las señales de prueba siendo **R** la ganancia de la entrada y **KLA** la ganancia de lazo abierto normalizada son:

Para el escalón unitario en la entrada: $ess=e(\infty)=\dfrac{R}{1+KLA}$

Para la rampa unitaria en la entrada: $ess = e(\infty) = \dfrac{R}{KLA}$

Para la parábola unitaria en la entrada: $ess = e(\infty) = \dfrac{R}{KLA}$

Resumiendo los resultados obtenidos en un cuadro de valores, para las diferentes señales de referencia con ganancia **R** se tendrá:

	TIPO DE ENTRADAS			
TIPO DE SISTEMA	IMPULSO R(S) = 1	ESCALÓN R(S) = R/S	RAMPA $R(S) = R/S^2$	ACELERACIÓN $R(S) = 1/S^3$
CERO	0	KP = KLA ess = $\frac{R}{1+KLA}$	KV = 0 ess = $\frac{R}{KV} = \infty$	KA = 0 ess = $\frac{R}{KA} = \infty$
UNO	0	KP = ∞ ess = 0	KV = KLA ess = $\frac{R}{KLA}$	KA = 0 ess = $\frac{R}{KA} = \infty$
DOS	0	KP = ∞ ess = 0	KV = ∞ ess = 0	KA= KLA ess = $\frac{R}{KLA}$
TRES	0	KP = ∞ ess = 0	KV = ∞ ess = 0	KA = ∞ ess = 0

<u>Ejemplo.</u>

<u>a) Dado el error calcular el rango de la ganancia del lazo (problema inverso).</u>

Sea el sistema de realimentación unitaria, cuya planta tiene la transferencia:

$$G(s) = \frac{K}{(s+1)(s+2)}$$

Hallar el valor de **K** de manera que el error en estacionario sea **e (∞)** < **0.1**

<u>Solución</u>:
El sistema es tipo cero, de manera que el error es:

$$e(\infty) = \frac{1}{1+K_0}, \quad donde \quad K_0 = \lim_{s\to 0} G(s)$$

$$\frac{1}{1+K/2} = \frac{2}{2+K} \leq 0.1 \Rightarrow K \geq 18$$

b) Dado el sistema calcular los errores (Problema directo)

Considere el sistema con realimentación unitaria, cuya planta es:

$$G(s) = \frac{K(s+3.15)}{s(s+1.5)(s+0.5)}$$

El rango de K para la estabilidad del sistema es: $0 < K < 1.304$.-
Determine el error en estacionario cuando el sistema es excitado con diferentes tipos de señales de referencia, con la ganancia variando entre: $0 < K < 1.304$.-

- Entrada escalón $\Rightarrow$ **e (∞) = 0**: pues el sistema es tipo 1.
- Entrada rampa:

$$e(\infty) = \frac{1}{K_1} = \frac{1}{\lim_{s\to 0} sG(s)} = \frac{1}{K\frac{(3.15)}{(1.5)(0.5)}} = \frac{1}{4.2K}$$

En este caso e(∞), puede regularse, ajustando **K dentro del rango ya mencionado.**

- Entrada parábola $\Rightarrow$ **e(∞) = ∞**

Error en estacionario debido a perturbaciones de tipo escalon.

Dado el siguiente sistema de **control de posición de una antena** como se indica la figura 3, sobre el cual además de la referencia, actúa **una perturbación**, que introduce una cupla perturbadora sobre el eje del motor:

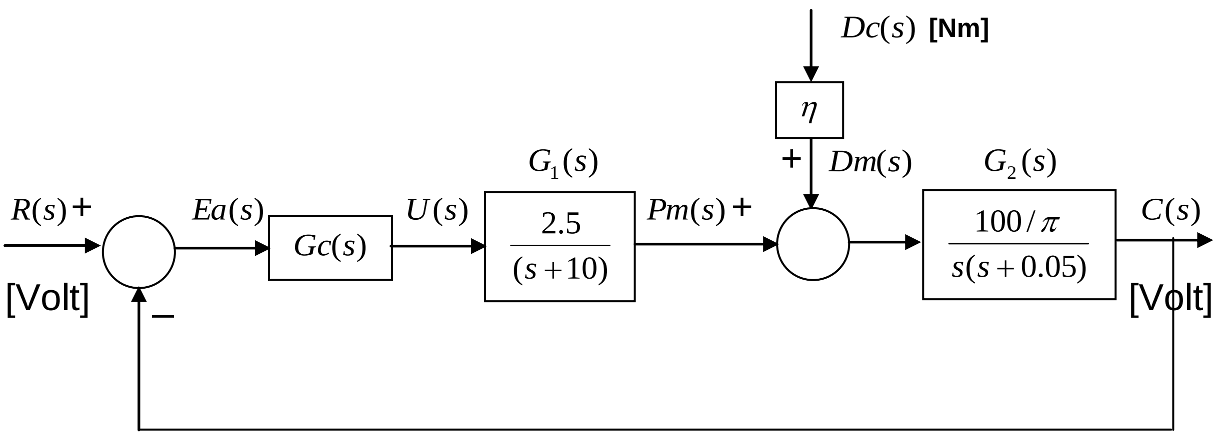


Figura 3. Sistema con perturbación

El error debido a la perturbación no se calcula con los coeficientes de error de posición, sino que está dado por la misma **expresión de la salida calculada para la entrada de perturbación anulando la referencia**. Es decir:

$$E_{DC}(s) = -C(s) = \frac{-\eta\ G_2(s)}{1+Gc(s)G_1(s)G_2(s)} Dc(s)$$

Si la perturbación del par perturbador en la carga es de forma escalón **unitario (D_C(S)=1/S)** el error en estacionario para la entrada de perturbación anulando la referencia, se determina mediante:

$$e_{DC}(\infty) = \lim_{s\to 0} s\,E(s) = \lim_{s\to 0} s\big(-C(S)\big) = \lim_{s\to 0} s \frac{-\eta G_2(s)}{1+Gc(s)G_1(s)G_2(s)}\ \frac{1}{s}$$

$$e_{DC}(\infty) = \frac{-\eta}{\lim\limits_{s\to 0}\frac{1}{G_2(s)} + \lim\limits_{s\to 0} Gc(s)G_1(s)}$$

Como se puede observar, el valor del error es directamente proporcional a la amplitud de la perturbación de entrada.
Mientras más grande la perturbación mayor será el error.

La perturbación es usualmente una carga que actúa sobre el sistema fuera del modelo normal. Al ser el sistema tipo uno se debería esperarse que no haya error de posición, debido al polo del origen creado por el motor, es decir sistema tipo uno error cero para una entrada escalón.
Ahora, supongamos que se levanta viento, dando lugar a la aparición de una cupla sobre la antena de **1Nm**, desplazando la antena de su set-point. Esta cupla se conoce como ***"cupla de perturbación"***, la cual impactará sobre el error en estado estacionario. En este caso la cupla de perturbación reducida por la relación de engranajes $\eta = 0.10$, aparece sobre el eje del motor, generando una corriente de perturbación, que a su vez genera un par de reacción a la perturbación, en el eje del motor. Si el controlador introducido es del tipo proporcional, $Gc(s) = Kc$**,** el diagrama en bloques acondicionado tiene el aspecto indicado en la figura 4:

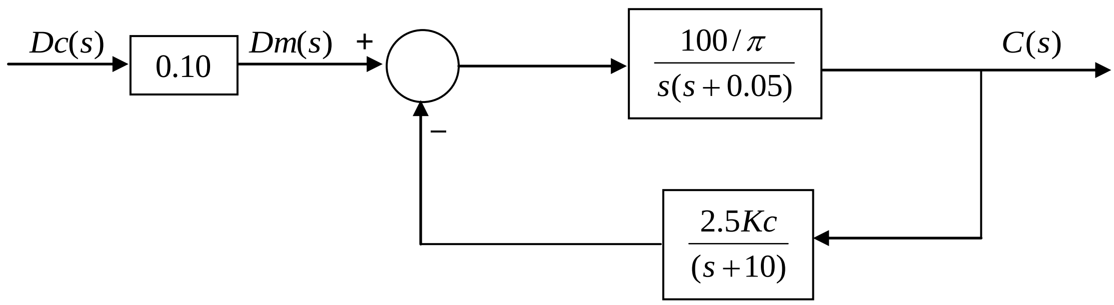


Figura 4. Diagrama en bloques del control de posición modificado.
Donde la perturbación Dc(s) es un escalón de 1Nm.-

¿Cómo afecta esto al error en estacionario?

Como se sabe el error en estacionario de la respuesta total está dado por la suma del error de la respuesta a la entrada de referencia y el error de la respuesta a la entrada perturbación.

$$e_{SS}(\infty) = e_R(\infty) + e_{D_C}(\infty) \;;$$

El error debido a la entrada de referencia escalón será nulo pues el sistema es tipo1. El error debido a la perturbación lo calculamos con la relación ya deducida:

$$e_{D_C}(\infty) = \frac{-\eta}{\lim\limits_{s \to 0} \frac{1}{G_2(s)} + \lim\limits_{s \to 0} Gc(s)\,G_1(s)}$$

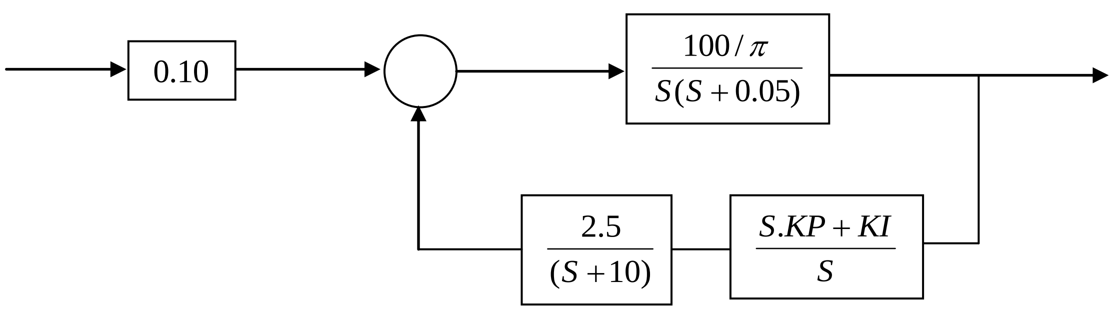
Para nuestro caso será:

$$e_{D_C}(\infty) = \frac{-0.1}{\lim\limits_{s \to 0} \frac{s(s+0.05)}{100/\pi} + \lim\limits_{s \to 0} \frac{2.5\,Kc}{(s+10)}} = \frac{-1}{2.5Kc}$$

Por lo tanto: $\boxed{e_{SS}(\infty) = \frac{-0.40}{Kc}}$

El cálculo realizado demuestra que aún siendo un sistema tipo uno, el error no es nulo, esto se debe al error generado por la perturbación.
Por otro lado se observa que el error es directamente proporcional a la magnitud de la perturbación, pero inversamente proporcional a la ganancia del controlador proporcional. Se ve que aumentando la ganancia del controlador, Kc sedisminuye el efecto de la perturbación sobre nuestro sistema de control automático pero el error no se hace cero. El sistema así planteado no es un buen regulador.

Si el controlador introducido fuera un controlador PI



$$e_{D_C}(\infty) = \lim_{s \to 0} \frac{-0.1.S.100/\pi.(S+10)}{S(S+0.05)(S+10) + 100/\pi.2,5(S.KP+KI)} = 0$$

$$e_{SS}(\infty) = e_R(\infty) + e_{D_C}(\infty) = 0 + 0 = 0$$

Como se puede apreciar ahora sí el error de estado estacionario total es cero.
El controlador PI aporta un polo en el origen antes de la planta, es decir antes del sumador por donde se considera que ingresa la perturbación. Esto hace que ese polo pase a ser un polo en H(S) para la entrada de perturbación convirtiéndose luego en un cero de la Función de Transferencia de Lazo Cerrado para la entrada de perturbación.

Se puede concluir que para una perturbación tipo escalón, si el sistema tiene un polo en el origen antes del sumador donde entra la perturbación, al encontrar la función de transferencia parcial, aparece un cero en el origen en el numerador, que para s→ 0, anula la salida parcial C2(t) volviendo la salida total C(t) al valor de estado estacionario que traía antes de ser aplicada la perturbación.
Es decir el sistema luego de aplicada la perturbación se aparta temporáneamente del valor deseado, pero luego de ese transitorio, el error para la entrada perturbación cae a cero, volviendo la salida total al valor de estado estacionario que tenía antes de aparecer la perturbación. Bajo este comportamiento se puede decir, que el sistema no sigue a la perturbación y reacciona como un Regulador Perfecto.

Sistemas con realimentación no unitaria
a) error verdadero.

El caso general se indica en la figura 5, llamaremos $G(s) = Gc(s)Gp(s)$, donde $Gc(s)$ y $Gp(s)$ son las funciones de transferencia del controlador y de la planta.-

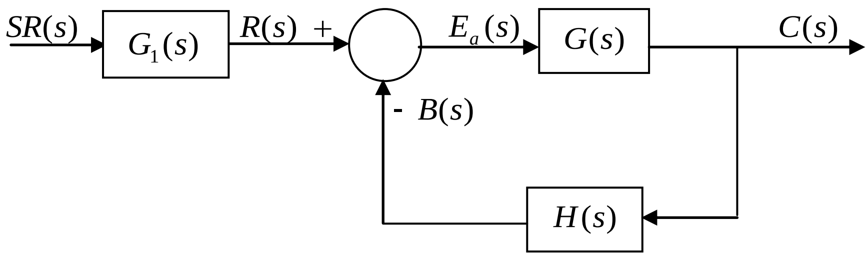


Figura 5. Sistema SISO con realimentación no unitaria
Se considerará en este estudio en principio que la ganancia del selector de referencia tiene un valor cualquiera, como se dijo por anteriormente es igual a la ganancia estática de la función de transferencia del camino de realimentación.-
El error verdadero es:

$$E(s) = SR(s) - C(s) = SR(s) - G_1(s)\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}SR(s)$$

$$E(s) = \left[\frac{1+G(s)[H(s)-G_1(s)]}{1+G(s)H(s)}\right]SR(s)$$

Para encontrar una función G(S) equivalente a un sistema con realimentación unitaria, se igualan las Funciones de Transferencia de Lazo Cerrado resultantes de considerar un sistema con realimentación H(S) y un sistema de realimentación unitaria:

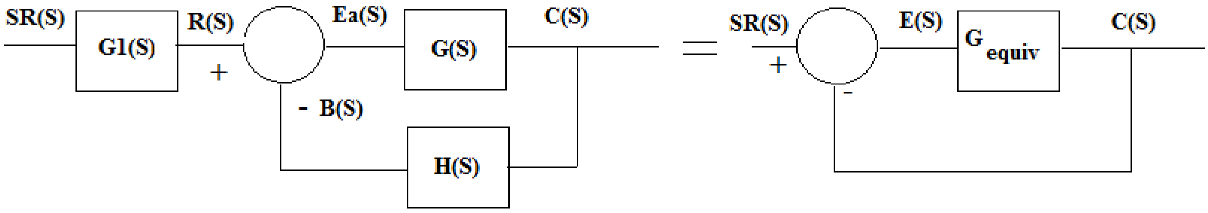


Figura 6. Equivalencia entre los diagramas de bloque con realimentación H(S) y con realimentación unitaria.

$$G_1(S).\frac{G(S)}{1+G(S).H(S)} = \frac{G_{equiv}}{1+G_{equiv}}$$

$$(1+G_{equiv})G_1(S).G(S) = G_{equiv}(1+G(S).H(S))$$

$$G_1(S).G(S) + G_1(S).G(S).G_{equiv} = G_{equiv} + G(S).H(S).G_{equiv}$$

$$G_1(S).G(S) = G_{equiv} + G(S).H(S).G_{equiv} - G_1(S).G(S).G_{equiv}$$

$$G_1(S).G(S) = G_{equiv}(1+G(S).H(S) - G_1(S).G(S))$$

$$G_{equiv} = \frac{G_1(S).G(S)}{1+G(S).H(S) - G_1(S).G(S))}$$

$$G_{equiv} = \frac{G_1(S).G(S)}{1+G(S).(H(S) - G_1(S))}$$

Considerando un sistema con realimentación unitaria y a la función $G_{equiv}(S)$ como la función de camino directo se obtiene el siguiente sistema equivalente:

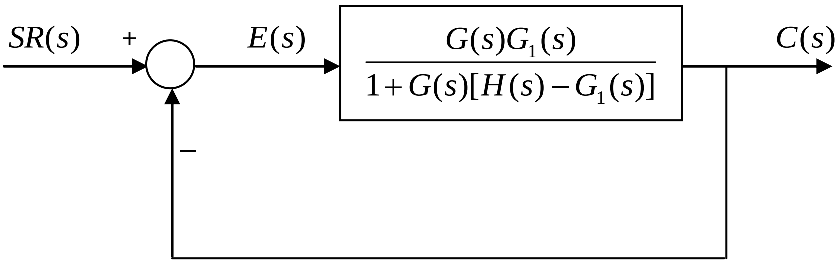


Figura 7. Diagrama en bloques reducido de realimentación unitaria.

Calculando el error verdadero, en el diagrama de la figura 7, obtenemos el mismo resultado que el ya obtenido precedentemente.

$$E(s) = \left[\frac{1+G(s)\left[H(s)-G_1(s)\right]}{1+G(s)H(s)}\right]SR(s)$$

Al sistema de realimentación unitaria de la figura 7 le aplicamos todo lo ya dicho respecto al error verdadero en régimen estacionario, tipo de sistemas y coeficientes de error de los sistemas con realimentación unitaria.
El diagrama se puede simplificar así:

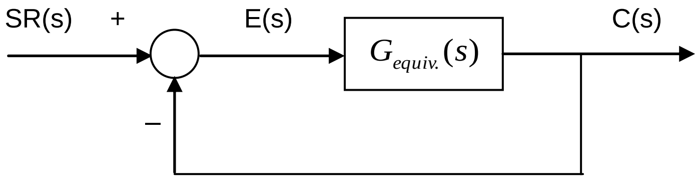


Figura 7 a.

Donde la $G_{equiv.}(s)$ es:

$$G_{equiv.}(s) = \frac{G_1(s)G(s)}{1+G(s)[H(s)-G_1(s)]}$$

si $G_1(s) = K_H$ **:**

$$G_{equiv.}(s) = \frac{K_H G(s)}{1+G(s)[H(s)-K_H]}$$

- **Como se puede apreciar si** $H(s) = Cte = K_H$ **, la función equivalente del camino directo del sistema con realimentación unitaria será** $G_{equiv.}(s) = K_H\ G(s)$ **, por lo tanto el Tipo del sistema coincidirá siempre con los polos en el origen que tenga la función de trasferencia real del camino directo** $G(s).-$
- **Si** $H(s)$ **es una función con polos y ceros, (recordar que no pueden estar el origen como se ha supuesto), el Tipo del sistema quedará determinado por los integradores de la función** $G(s)$ **, solo en los casos que la misma tenga uno o ningún polo en el origen.**
- **Si** $G(s)$ **tiene dos o más integradores, el Tipo del sistema será el indicado por los integradores de la función** $G(s)$ **, solamente en el caso que la función de transferencia H(s) sea una constante,** $H(s) = Cte = K_H$ **.-**

<u>Comentario</u>*: Considerar como error del sistema al "error verdadero", significa tomar como salida del mismo la variable* ***controlada verdadera****, es decir* ***C(s),*** *la cual se compara con la* ***señal de referencia SR(s).***

<u>Cálculo del Error verdadero mediante los coeficientes de la FTLC.</u>

Otra forma de calcular el error verdadero es con los coeficientes de los polinomios de la función de transferencia del sistema $M^{'}(s).-$

Se seguirá suponiendo que: $\lim_{s\to 0} H(s) = K_H$ y además que: $Sr(t) = \dfrac{r(t)}{K_{S\,R}}$ con: $K_{S\,R} = K_H$

El error verdadero será:

$$e(t) = \frac{r(t)}{K_H} - c(t)$$

Aplicando el teorema del valor final ser tendrá:

$$e_{EE} = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0}\left[s\,E(s)\right]$$

$\left[sE(s)\right]$ debe tener todos sus polos en el semiplano izquierdo del plano s, esto equivale a decir que el sistema sea estable. Transformado por Laplace la primera ecuación:

$$E(s) = \frac{R(s)}{K_H} - C(s) = \frac{R(s)}{K_H} - M(s)R(s) = \frac{1}{K_H}\left[1 - K_H M(s)\right]R(s)$$

Como $K_H M(s) = M^{'}(s)$**,** se tendrá:

$$\boxed{e_{EE} = \lim_{s\to 0}\frac{1}{K_H}\left[1 - M^{'}(s)\right]R(s)\,s}$$

Si, $Sr(t) = \mu_s(t) = \dfrac{r(t)}{K_H} \;\Rightarrow\; r(t) = K_H\;\mu_s(t) \;\Rightarrow\; r(t) = R\mu_S(t) \;\Rightarrow\; R = K_H.-$

Como $R(s) = \dfrac{R}{s} = \dfrac{K_H}{s}$, se tendrá:

$$\boxed{e_{EE}\quad (referencia\;\; escalón\;\, unitario) = \lim_{s\to 0}\left(1 - M^{'}(s)\right)}$$

Si , $Sr(t) = t\mu_s(t) = \dfrac{r(t)}{K_H} \;\Rightarrow\; r(t) = K_H\; t\mu_s(t) \;\Rightarrow\; r(t) = Rt\,\mu_S(t) \;\Rightarrow\; R = K_H.-$

Como $R(s) = \dfrac{R}{s^2} = \dfrac{K_H}{s^2}$, se tendrá:

$$\boxed{e_{EE}\quad (referencia\;\; rampa\; unitaria) = \lim_{s\to 0}\left(1 - M^{'}(s)\right)\frac{1}{s}}$$

Si , $Sr(t) = \dfrac{1}{2}t^2\mu_s(t) = \dfrac{r(t)}{K_H} \;\Rightarrow\; r(t) = \dfrac{1}{2}K_H\; t^2\mu_S(t) \;\Rightarrow\; r(t) = \dfrac{R}{2}t^2\mu_S(t) \;\Rightarrow\; R = K_H.-$

Como $R(s) = \dfrac{R}{s^3} = \dfrac{K_H}{s^3}$, se tendrá:

$$\boxed{e_{EE}\quad (referencia\;\; parabólica) = \lim_{s\to 0}\left(1 - M^{'}(s)\right)\frac{1}{s^2}}$$

Se supondrá que la función de transferencia del sistema $M(s) = \dfrac{C(s)}{R(s)}$, no tiene polos en el origen y es de la forma:

$$M(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \ldots\ldots\ldots\ldots + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + - - - - - + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0};\quad \text{donde: } n > m\;\; y\;\; \alpha_0 \neq 0$$

Por lo tanto $M^{'}(s)$ será:

$$M^{'}(s)=\frac{C(s)}{SR(s)}=\frac{K_H b_m s^m + K_H b_{m-1} s^{m-1} + \dots\dots\dots\dots + K_H b_2 s^2 + K_H b_1 s + K_H b_0}{s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + ------ + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0}$$

Si llamamos:

$$K_H b_0 = b^{'}{}_0\,;\ K_H b_1 = b^{'}{}_1;\ K_H b_2 = b^{'}{}_2 \quad etc.-$$

$$M^{'}(s)=\frac{C(s)}{SR(s)}=\frac{b^{'}{}_m s^m + b^{'}{}_{m-1} s^{m-1} + \dots\dots\dots\dots + b^{'}{}_2 s^2 + b^{'}{}_1 s + b^{'}{}_0}{s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + ------ + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0}$$

Por ende se tendrá:

$$\left[1 - M^{'}(s)\right] = \frac{s^n + \dots\dots\dots\dots + (\alpha_2 - b_2)s^2 + (\alpha_1 - b_1)s + (\alpha_0 - b_0)}{s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + ------ + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0}$$

Reemplazando en las tres expresiones del error verdadero de estado estacionario, para las tres señales de referencia unitarias se llega al valor de los mismos, en función de los coeficientes de la función de transferencia $M^{'}(s)$ y se resumen de la tabla siguiente:

Si la magnitud de los escalones o pendientes de las rampas de las señales de referencias, **no son unitarias**, los errores aquí indicados se deberán **multiplicar** por el valor de esas magnitudes.

$M^{'}(s) \longrightarrow$ / $Sr(t) \downarrow$	$\alpha_0 \neq b^{'}{}_0$	$\alpha_0 = b^{'}{}_0$ $\alpha_1 \neq b^{'}{}_1$	$\alpha_0 = b^{'}{}_0$ $\alpha_1 = b^{'}{}_1$ $\alpha_2 \neq b^{'}{}_2$	$\alpha_0 = b^{'}{}_0$ $\alpha_1 = b^{'}{}_1$ $\alpha_2 = b^{'}{}_2$
$Sr(t) = \mu_S(t)$	$\frac{\alpha_0 - b^{'}{}_0}{\alpha_0}$	0	0	0
$Sr(t) = t\mu_S(t)$	∞	$\frac{\alpha_1 - b^{'}{}_1}{\alpha_0}$	0	0
$Sr(t) = \frac{1}{2}t^2\mu_S(t)$	∞	∞	$\frac{\alpha_2 - b^{'}{}_2}{\alpha_0}$	0

b) Error actuante.

El error actuante se puede determinar en la **misma dimensión o unidad que sale del comparador**, generalmente en Volts, o en la **misma unidad de la señal de referencia o de la de salida**, por ejemplo ºC, rad/seg., metros, radianes, etc.
Como se sabe:

$Ea(s) = \dfrac{R(s)}{1+L(s)}$; (en Volts generalmente), por lo tanto:

$Ea(s) = \dfrac{1}{1+L(s)} K_H \, SR(s)$; aplicando el teorema del valor final:

$$ea(\infty) = \lim_{t\to\infty} ea(t) = \lim_{s\to 0} s\, Ea(s) = \lim_{s\to\infty} \frac{K_H}{1+L(s)} SR(s)\, s$$

Si $Sr(t) = \mu_S(t) \quad \Rightarrow \quad SR(s) = \dfrac{1}{s}$

Por lo tanto se tendrá:

$$\boxed{ea(\infty)\,(escaslón\,de\,referencia) = \frac{K_H}{1+L(0)} \quad ; \; Generalmente \;\; en \;\; Volts.-}$$

Si $Sr(t) = t\mu_S(t) \;\; \Rightarrow \;\; SR(s) = \dfrac{1}{s^2}$

Por ende el error actuante será:

$$\boxed{ea(\infty)\,(rampa \;\; de \;\; referencia) = \frac{K_H}{\lim\limits_{s\to 0} s\, L(s)} \quad ; \; Generalmente \;\; en \;\; Volts.-}$$

Si $Sr(t) = \dfrac{1}{2} t^2 \mu_S(t) \;\; \Rightarrow \;\; SR(s) = \dfrac{1}{s^3}$

$$\boxed{ea(\infty)\,(parábola \;\; de \;\; referencia) = \frac{K_H}{\lim\limits_{s\to 0} s^2 \; L(s)} \quad ; \; Generalmente \;\; en \;\; Volts.-}$$

Para considerar el error actuante, **en la misma unidad que SR(s)**, como ya se menciono, el diagrama en bloques de la figura 5, conviene dibujarlo como indica la figura 8.

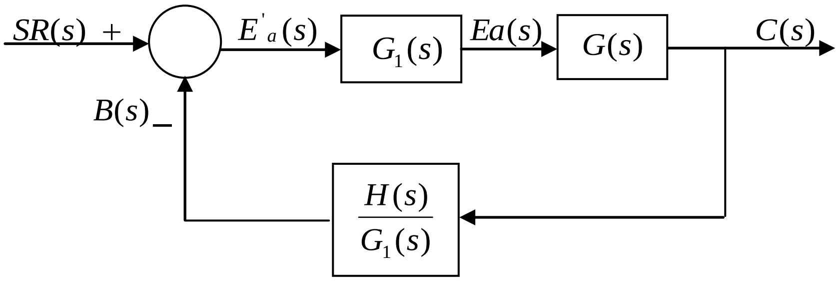


Figura 8. Indicación del error actuante.

Llamaremos $e^{'}a(t)$ al error actuante en la misma dimensión que la Sr(t).-

Como se puede apreciar la relación entre $ea(t)$ y $e^{'}a(t)$, si $G_1(s) = K_{SR} = K_H$ será.

$$\boxed{e^{'}a(t) = \frac{ea(t)}{K_H}}$$

El error actuante está dado por:

$$E^{'}{}_a(s) = SR(s) - \frac{H(s)}{G_1(s)}C(s)$$

Reemplazando la salida C(s) en función de SR(s) obtenemos, la expresión para el cálculo del error actuante, en las mismas unidades que la señal de referencia:

$$\boxed{E_a^{'}(s) = \left[\frac{1}{1+G(s)H(s)}\right]SR(s)}$$

Este error actuante, podría considerarse como el que se obtendría de un sistema de realimentación unitaria como el indicado en la figura 9.

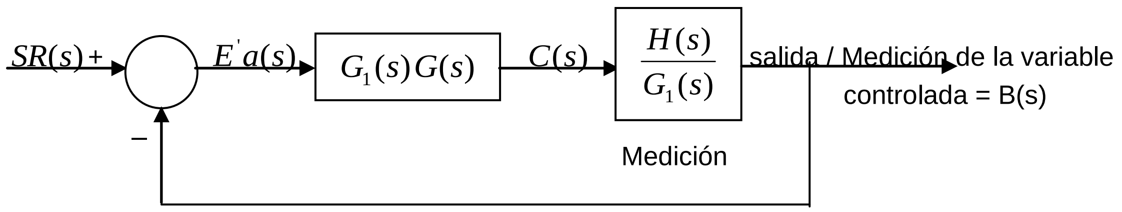


Fig. 9. Sistema equivalente de realimentación unitaria mostrando E ' a(s).

Al sistema representado por el diagrama en bloques de la figura 9, se le puede aplicar todo lo dicho respecto de los sistemas de realimentación unitaria, en cuanto al cálculo del error, tipos de sistemas y coeficientes de error.-

Llamando: $G^{'}(s) = G_1(s)G(s) = K_H G(s)$ y $H^{'}(s) = H(s)/G_1(s) = H(s)/K_H$,

$G^{'}(s)H^{'}(s) = G(s)H(s)$, la función del lazo es igual a la real.-

La ganancia estática de la función de transferencia $H^{'}(s)$ es siempre uno $H^{'}(0) = 1$.

Recordar que el error actuante está en la **misma unidad** que la señal de referencia.-

__Comentario__: *Considerar como error del sistema al "**error actuante**", significa tomar como salida del sistema la **medición de la variable controlada verdadera**, es decir* $B(s) = \frac{H(s)}{G_1(s)}C(s)$, *la cual se compara con la **señal de referencia SR(s).***

__Conclusión:__

*Desde el punto de vista teórico cualquiera de los dos errores definidos como "**verdadero" o "actuante**", pueden considerarse como correctos. No obstante hay que tener bien presente cuáles son las variables que se toman como "**salida**" del sistema, ya que si se pierde de vista este concepto pueden presentarse dificultades en la interpretación del "error en estado estacionario", tipos de sistema y coeficientes de error, como así también sobre la interpretación y análisis de los resultados obtenidos con sistemas **reales** en la práctica.*

<u>Conclusión:</u>

Del estudio teórico realizado, puede concluirseque el tratamiento del error en régimen permanente puede efectuarse con el **errorverdadero o con el error actuante**. Ambos errores aportan informacionesequivalentes, debiendo tenerse presente que en un caso la salida del sistema esla “salida verdadera” C(s) y en el otro la salida del sistema es “la medición” de la misma B(s) en las mismas unidades que C(s).

Desde el punto de vista del ingeniero en control o del instrumentista, quizá el error actuante sea más adecuado, ya que en la práctica la salida verdadera no se conoce, **salvo a través de su medición**, lo que representa considerar la misma como formando parte de la cadena directa, y al sistema como de realimentación unitaria.

Además si la función de transferencia H(s) es una constante Kh, y la ganancia del selector de referencia se hace, Ksr = Kh, los sistemas equivalentes para determinar el error verdadero y el actuante tendrán el **mismo Tipo**, y será el indicado por los polos en el origen de la G(s) real, ya que en estos casos la Gequiv(s)=Kh.G(s).-

Cuando la función H(s) tiene dinámica esto generalmente no se cumple como se demostró en el ejemplo 4 en el mismo el sistema equivalente para determinar el error verdadero era Tipo uno y el sistema para determinar el error actuante era Tipo dos.-